20 — 8/46

21.

Экз. 6.

XVIII
3601

33932

Э

Лук
1071

Центральный рез[illegible] фонда
при [illegible]
Государственной библ[illegible] СССР
им. В. И. ЛЕНИНА

20 8/46
К-78

КРАТКОЕ РУКОВОДСТВО КЪ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРІИ

ВЪ ПОЛЬЗУ

учащагося въ Гимназіи при Императорской Академіи Наукъ Россійскаго Юношества,

сочинено той же Академіи Наукъ Членомъ

ГЕОРВОМЪ ВОЛФГАНГОМЪ КРАФТОМЪ,

и переведено съ Нѣмецкаго языка

ИВАНОМЪ ГОЛУБЦОВЫМЪ.

ИЗДАНІЕ ВТОРОЕ.

ВЪ САНКТПЕТЕРБУРГѢ
при Императорской Академіи Наукъ
1762.

Архангельская духовная семинария

РОССИЙСКАЯ
ГОСУДАРСТВЕННАЯ
БИБЛИОТЕКА
4365-11

§ 1.

Геометрія есть наука, которая показываетъ состояніе и свойство всякаго протяженія предѣлы имѣющаго; и притомъ подаетъ способъ къ точному измѣренію всѣхъ протяженій, которыя въ тѣлахъ быть могутъ.

Геометрія по Россійски называется *землемѣріе*, потому что она начало свое воспріяла отъ размѣренія разныхъ на земли обрѣтающихся мѣстъ. Еврейскій историкъ Іосифъ изобрѣтеніе ея приписываетъ древнимъ Египтянамъ, которые для ежегоднаго разливанія рѣки Нила принуждены были сыскать нѣкоторую науку, по которой бы помянутымъ наводненіемъ раззоренныя межи ихъ полей и пашенъ опять найти можно было. Когда рассуждаемъ о какомъ нибудь тѣлѣ, то можно себѣ представить такъ, будто бы такого роду тѣлъ вмѣстѣ великое множество было; или можно тоже тѣло почитать только за одно, и рассуждать, что оно въ извѣстныхъ предѣлахъ заключается, между которыми имѣетъ свое протяженіе. Изъ онаго рассужденія происходитъ *число numerus*, а изъ сего *протяженіе extensio*,

 которыя

которыя оба суть количества двоякаго роду, и при тѣлахъ случаются. Ибо *величина* или *количество* *Magnitudo* или *quantitas*, называется вообще все *то, что увеличено или уменьшено быть можетъ.* Число тогда умножается, когда напримѣръ къ нему 1 прикладывается, а уменьшается, когда отъ него 1 отнимается; такимъ же образомъ и протяженіе увеличивается и уменьшается, а именно: когда онаго предѣлы распространяются, или сокращаются. И такъ числа и протяженія суть количества, токмо съ такою разностію, что оныя *счислять*, а сіи *мѣрять* должно, ежели кто оныхъ свойства ясно познать хочетъ. О числахъ рассуждается въ Ариѳметикѣ, а о протяженіяхъ въ Геометріи. Хотя сего отрицать не можно, что протяженіе вымѣривается весьма легко и способно: ибо когда кто сажень имѣетъ, то перенося оную съ одного мѣста на другое, весьма способно узнать можетъ, какой длины напримѣръ чей дворъ, поле или другое какое протяженіе, какъ сему каждой отъ младыхъ лѣтъ научается; однако иногда бываютъ такіе случаи, что сіе учинить трудно, и не всякой можетъ показать, какимъ образомъ измѣреніе производить должно. На такіе случаи подаетъ Геометрія надежныя правила, которыя сперьва выучить, а потомъ съ пользою употреблять можно. Такъ напримѣръ не всякой узнаетъ, какъ ему къ сему приступить, когда разстояніе между шпицами двухъ башенъ, или разстояніе луны отъ земли вымѣрять надлежитъ. И такъ находятся двоякіе случаи къ размѣренію чего нибудь; перьвой, когда какое про-

протяженїе, которое вымѣрять надлежитъ, мѣрою дѣйствительно размѣрить и примѣтить можно, сколько разъ оная мѣра въ такомъ протяженїи содержаться долженствуетъ, пока къ концу еще приведено не будетъ; второй случай, когда какое нибудь протяженїе, которое вымѣрять надлежитъ, мѣрою дѣйствительно мѣрять не можно, и такъ безпосредственно узнать не льзя, сколько разъ такая мѣра въ ономъ содержаться можетъ. Перьвой случай, о которомъ уже упомянуто, не имѣетъ никакой трудности; а сей послѣдней тѣмъ труднѣе; и любопытство въ томъ, чтобъ узнать мѣру какого нибудь протяженїя, инымъ образомъ удовольствовано быть не можетъ, какъ только тѣмъ, когда между онымъ протяженїемъ, которое дѣйствительно вымѣрять не можно, также и между другимъ, которое дѣйствительно вымѣрять льзя, сыскано будетъ сравненїе, помощїю котораго по исправнымъ основанїямъ доказать можно, сколь велико есть искомое протяженїе. По сему явно есть, первое, что въ Геометрїи наипаче требуется, чтобъ свойства знать протяженїя съ такимъ основанїемъ, дабы во всѣхъ случаяхъ можно было учинить помянутое сравненїе, чему учитъ *Геометрїя Теоретическая*, а *Практическая Геометрїя* потомъ употребляетъ оное въ самомъ дѣйствїи. Второе, по сему также то явствуетъ, что въ Геометрїи величины двоякаго роду быть должны, однѣ тѣ, которыя дѣйствительно вымѣрять можно; и въ такомъ случаѣ называются оныя *данныя* или *извѣстныя величины magnitudines datae*, а другїя, которымъ токмо помощїю сравненїя съ данными мѣру

сыскать можно; и того ради именуются онѣ *искомыя* или *неизвѣстныя величины*, *magnitudines quaesitae* или *incognitae*. Слѣдуя сему сказать можно, что *Геометрїя есть наука, по которой изъ одной или изъ нѣсколькихъ данныхъ величинъ всякаго протяженїя можно сыскать другую незнаемую величину, которая съ данными величинами сходство имѣетъ*. Изъ сего также слѣдуетъ, что Геометрїя принадлежитъ къ Математикѣ, и часть оныя составляетъ, а *Математика есть такая наука, которая учитъ, какъ изъ данныхъ количествъ найти незнаемое, которое съ данными сходство имѣетъ*. И такъ Геометрїя показываетъ путь, какъ какого нибудь разстоянїя, вышины, глубины, которыхъ хотя дѣйствительно вымѣрять и не можно, подлинную величину сыскать должно; и подаетъ способъ къ точному сниманїю чертежей съ городовъ, крѣпостей, полей, лѣсовъ, морей и цѣлыхъ земель и съ прочихъ сему подобныхъ вещей.

§ 2.

А понеже Геометрїя о всякомъ въ свѣтѣ находящемся тѣлѣ разсуждаетъ токмо по его отъ края до края протяженїю; то должно въ началѣ сей науки представлять въ умѣ такое протяженїе, которое отвсюду въ совершенныхъ своихъ предѣлахъ заключается, а притомъ не состоитъ ни изъ какой матерїи. По сему воображенїю тотчасъ окажется, что приономъ находятся слѣдующїя

особли-

особливыя части, изъ которыхъ каждая требуетъ особливаго изъясненія. Первое самое все пространство; сіе называется Геометрическое *тѣло*, *corpus*; Второе, крайнѣйшія стороны, въ которыхъ отвсюду пространство заключается, каждая такая сторона называется *поверьхность*, *Superficies.* Третіе, каждая такая поверьхность опять имѣетъ свои предѣлы, которые оную отвсюду окружаютъ, такіе предѣлы поверьхности называются *линѣи* или *черты* *Lineae.* Напослѣдокъ четвертое, всякая линѣя на своихъ обоихъ концахъ также имѣетъ предѣлы, которые именуются *пункты* или *точки*, *Punctum.*

Геометрія не разсуждаетъ о матеріи, изъ какой состоитъ которое тѣло, но изъискиваетъ токмо одну величину его протяженій, по которымъ оно простирается. Того ради такое тѣло, которое въ умѣ безъ всякой матеріи представляется, и которому ничего кромѣ одного протяженія не сообщается, называется *Геометрическимъ тѣломъ*, для различія отъ другихъ тѣлъ, которыя по матеріи въ рассужденіе принимаются, и оныя для того называются *натуральными* или *естественными тѣлами*, потому что сіи въ рассужденіи оныхъ не состоятъ токмо въ одномъ воображеніи, но и въ свѣтѣ дѣйствительно находятся; а когда о перьвыхъ рассуждается въ Геометріи, то послѣднія

слѣдния принадлежатъ къ Физикѣ или къ естественной наукѣ, которыя она испытуетъ. Геометріяже въ рассужденіи сего никоимъ образомъ не можетъ назваться безполезною наукою, что она рассуждаетъ токмо о такихъ тѣлахъ, какихъ на свѣтѣ не находится; ибо она дѣлаетъ сіе для того, чтобъ охранить въ рассматриваніи такихъ тѣлъ наисовершеннѣйшую тонкость, и притомъ бы напрасно не вмѣшиваться въ то, что не касается къ ея намѣренію; а однако напротивъ того правила, которыя въ оной даются, суть такого состоянія, что оныя ко всѣмъ естественнымъ тѣламъ употреблять можно. По вышепоказаннымъ четыремъ частямъ довольно явствуетъ, что у всякаго тѣла три протяженія вымѣрены быть могутъ, а именно, длина, ширина и вышина; того ради называется оно *величиною тройнаго измѣренія*, *Quantitas trium dimensionum*. У поверьхности находятся только два протяженія, которыя вымѣрять можно, то есть длина и ширина, того ради говорится, *поверьхность есть величина двойнаго измѣренія*, *Quantitas duarum dimensionum*; ибо поверьхность не можетъ имѣть никакой толщины, потому что оная не была бы стороною тѣла, но надлежало бы и самой имѣть крайнѣйшія свои стороны. У линѣи бываетъ только одно протяженіе, которое вымѣрять можно, а именно длина, и для того именуется она величиною такою, которая имѣетъ только *одно измѣреніе*; ибо никакой ширины она имѣть не можетъ, потому что въ такомъ случаѣ была бы она небольшая поверьхность; также не можно оной имѣть никакой ширины и ни-

и никакой толщины вмѣстѣ, ибо тогда была бы она небольшое тѣло. Напослѣдокъ у пункта или точки ничего вымѣрять не можно, потому что оная точка есть конецъ или начало линѣи, и слѣдовательно никакой ширины и никакой длины и никакой толщины имѣть не можетъ. И такъ *пунктъ* есть такой знакъ, которой никакихъ частей не имѣетъ, но должно оной только въ умѣ представлять, ибо такого пункта на бумагѣ или на другой какой нибудь поверьхности самымъ тонкимъ грифелемъ никакъ назначить или въ подлинномъ видѣ онаго никоимъ образомъ изобразить не можно. равнымъ же образомъ ни линѣи, ни поверьхности, ни тѣла на бумагѣ, или на чемъ нибудь по Геометрическому разумѣнїю никакъ назначить или изобразить не можно; потому что всѣ линѣи, которыя мы самыми тонкими грифелями проводимъ, хотя самую малую, однако широту имѣютъ, которую по крайней мѣрѣ помощїю микроскопа усмотрѣть можно; и слѣдовательно всѣ точки, линѣи и поверьхности, которыя мы на бумагѣ проводимъ и назначаемъ, суть не что иное, какъ токмо одни знаки и виды того, какъ мы оныя въ нашемъ разумѣ по надлежащей ихъ строгости представляемъ. Изъ перьвыхъ трехъ частей, а именно, при которыхъ размѣренїе мѣсто имѣетъ, произошли три особливыя части Геометрїи. Оная часть, которая рязсуждаетъ о тѣлѣ и о его измѣренїи, называется *штереометрїя*; та, которая упражняется въ изслѣдованїи поверьхностей, *Планиметрїя*; а которая разсматриваетъ свойство линѣи, именуется *Лонгиметрїя*. Но какъ мы здѣсь разсуждая о тѣлѣ пришли къ пункту,

 то

то можно также и назадъ возвратиться, и начавши отъ пункта къ разсужденію тѣлъ приступить. Представимъ себѣ въ умѣ такой пунктъ, которой бы не имѣлъ никакихъ частей; и потому изобразимъ на бумагѣ знакъ А. Потомъ представимъ себѣ, будто сія точка движется въ сторону В до В и оставляетъ по себѣ слѣдъ, которой пускай будетъ АВ, то АВ будетъ линѣя, или такая величина, которая ни толщины ни ширины не имѣетъ, потому что ей точка изъ помянутыхъ обстоятельствъ ничего сообщить не можетъ, но находится при ней только одна длина, которая на обоихъ концахъ имѣетъ точки, а именно А, откуда точка начала свое движеніе, и В, гдѣ оная движеніе свое окончила. Представимъ въ мысли себѣ еще, будто линѣя АВ также движется своею длиною поперегъ по линѣѣ BD до тѣхъ поръ, пока она придетъ на мѣсто CD, и оставляетъ послѣ своего ходу также слѣдъ, то раждается отъ того поверьхность ABCD, которой длина АВ, или CD, ширина BD, или АС; а толщины никакой нѣтъ, потому что линѣя ей сего дать не можетъ, ибо она и сама того не имѣетъ. Напослѣдокъ положимъ въ умѣ, будто поверьхность ABCD движется прямо вверьхъ по пути AE, BF, CG, DH, и оставляетъ также какъ и прежде за собою слѣды, то происходитъ отъ того тѣло ABFG, которое раждается отъ разсужденія одного только пункта А, и имѣетъ длину АВ, ширину BD и вышину AE. Сіе есть подлинное понятіе, которое о пунктѣ, линѣѣ, поверьхности и тѣлѣ въ Геометріи имѣть

имѣть должно; ибо надлежитъ остерегаться, чтобъ не думать, что линѣя состоитъ изъ нѣскольких подлѣ себя находящихся точекъ, поверьхность изъ нѣкотораго числа подлѣ себя лежащихъ линѣй, а тѣло изъ нѣскольких поверьхностей, такъ будто бы одна на другой положены были. Ибо когда точка никакой широты не имѣетъ; то инако быть не можетъ, какъ точка, которая подлѣ другой вплоть положится, въ сію впадетъ, и такъ далѣе; и слѣдовательно линѣя по такому положенію никоимъ образомъ произойти не можетъ, но только движеніе точки въ помощь принять должно. Тожъ дѣлается съ линѣями и поверьхностями, изъ которыхъ необходимо всѣ одна въ другую впасть долженствуютъ, когда оныя подлѣ себя вплоть, или одна на другую положены будутъ. А что всѣ такія случающіяся въ Геометріи величины гораздо тонѣе и субтильнѣе представляются, нежели оныя здѣлать можно, то дѣлается для того, чтобъ охранить совершеннѣйшую строгость, и отвратить всякія замѣшательства. Положимъ, что пунктъ имѣетъ длину, то не будетъ онъ болѣе пунктомъ, но ужѐ малою линѣею; то же разумѣть надлежитъ о линѣѣ и о поверьхности. Ежели положится, что пунктъ нѣсколько разъ въ линѣѣ, или линѣя нѣсколько разъ въ поверьхности, или нѣсколько поверьхностей въ тѣлѣ содержится, такъ напримѣръ, ежели бы сказать можно было, что сорокъ пунктовъ такихъ какъ А подлѣ себя лежащихъ, дѣлаютъ совершенно линѣю АВ; шестьдесятъ линѣй какъ АВ одна подлѣ другой лежащихъ составляютъ поверьхность

ABCD и девяносто поверьхностей, какъ ABCD одна на другую положенныхъ производятъ тѣло ABFG; то было бы сїе со всѣмъ противно истинному свойству такихъ протяженїй.

§ 3.

Когда изъ вышеписанныхъ трехъ протяженїй, а именно изъ линѣй, поверьхностей и тѣлъ какой нибудь величины одно за извѣстное возмется, и съ симъ сравнится иное такого же роду протяженїе незнаемое; то говорится, что то протяженїе неизвѣстное ужѐ *вымѣрено*; такъ *мѣрять* называется не что иное, какъ *извѣстное количество сравнивать съ другимъ, которое съ нимъ есть одинакаго роду*. А то количество, которое за извѣстное принимается, называется *мѣра mensura*.

Хотя сїе сравненїе состоитъ токмо въ томъ, чтобъ изслѣдовать, сколько разъ одно количество въ другомъ содержится; однакожъ оное учиниться можетъ двоякимъ образомъ: ибо мѣра бываетъ или меньше или больше той вещи, которую вымѣрять должно. Перьвой случай по большей части бываетъ, а послѣдняго также миновать не можно, ибо оной въ послѣдующемъ для лучшаго разумѣнїя при вымѣрянїи угловъ служить можетъ. (§ 17.) Отъ обоихъ сихъ способовъ получаемъ мы ясное понятїе о протяженїи количества, потому что имѣемъ мы такое же ясное понятїе о широтѣ пальца, когда

гово-

говорится, что оной въ аршинѣ 30 ю содержится, или оной есть $\frac{1}{30}$ часть аршина; или когда говоримъ о какой нибудь башнѣ, что она вышиною 500 аршинъ. И такъ при вымѣриванїи главное дѣло состоитъ въ томъ, чтобъ изслѣдовать, сколько разъ одно количество въ другомъ содержится; напримѣръ сколько разъ *пядень* моей рукѝ въ вышинѣ башни, или сколько фунтовъ въ большомъ слиткѣ золота находится. Но понеже, какъ ужѐ (§ 2) упомянуто было, сказать не можно, чтобъ пунктъ нѣсколько разъ въ линѣѣ, или линѣя нѣсколько разъ въ поверьхности, или поверьхность нѣсколько разъ въ тѣлѣ содержалась; и того ради никакой линѣи пунктами, и никакой поверьхности линѣями, также и никакого тѣла поверьхностями вымѣривать не можно, но каждую линѣю надлежитъ измѣрять другою линѣею, поверьхность другою поверьхностїю, а тѣло другимъ тѣломъ; и по сему разумѣется, когда говорится, что мѣра всегда долженствуетъ быть съ тою вещью, которую надобно мѣрять, одного роду И сїя мѣра смотря по состоянїю вещей, которыя вымѣривать кто хочетъ, называется разными именами; такъ напримѣръ: при измѣренїи линѣй именуется мѣра дюймъ, футъ, аршинъ, сажень, верста, миля, ѣзда дней и проч: при тяжелыхъ вещахъ, ибо тяжесть есть также количество, потому что оное уменьшить и увеличить можно, произошли имена центеръ, фунтъ, лотъ, и проч: въ вымѣриванїи жидкихъ вещей приняты званїя, тонна или бочка, кружка, и такимъ образомъ при всѣхъ прочихъ вещахъ, которыя значатъ количество,

и слѣ-

и слѣдовательно вымѣрены быть могутъ. Но понеже, какъ ужé выше показано, мѣру въ разсужденіи величины ея по изволенію взять можно; то не дивно, что почти столькоже мѣръ, сколько городовъ или земель находится. Но чтобъ при мѣрѣ линѣй или при мѣрѣ долготы остаться, что почитается за основаніе всѣхъ прочихъ поверьхностныхъ и тѣлесныхъ мѣръ, какъ по слѣдующему явно будетъ; (§ 89) то изъ оныхъ употребительная мѣра есть оная, которая дюймъ называется, и имѣетъ длину почти
фиг: 2. такуюже, въ какой линѣя AB представлена. Сія линѣя имѣетъ почти точное сходство съ Лондонскимъ или съ Аглинскимъ дюймомъ, которыхъ 12 такой футъ составляютъ. Ибо на бумагѣ никакого дюйма точно назначить не можно, потому что оную во время печатанія также и во время переплетанія мочатъ, отъ чего она растягивается, а потомъ опять сѣдается. Во многихъ мѣстахъ 11 дюймовъ составляютъ одинъ *футъ*, *Pes*, 16 футовъ *сажень*, *Pertica*. Въ Геометріи не смотрятъ на сіе раздѣленіе, но принимаютъ такой футъ, которой въ каждомъ мѣстѣ употребителенъ. Такой футъ раздѣляется на 10 равныхъ частей, отъ чего происходятъ *дюймы Pollex*; Дюймъ дѣлится опять на 10 равныхъ частей, отъ чего получается такимъ образомъ небольшая мѣра, которая называется *линѣя*, *Linea*; а чтобъ въ такомъ раздѣленіи поступить еще далѣе, то дѣлится такая линѣя еще на 10 равныхъ частей, отъ чего происходитъ мѣра прежней гораздо меньше, которая именуется *Скрупулъ*, *Scrupulus*, такъ что футъ состоитъ

изъ

изъ 10 дюймовъ, изъ 100 линѣй, и изъ 1000 скрупуловъ; 10 такихъ футовъ дѣлаютъ *сажень Pertica* или *Decempeda*. И сїе называется *Геометрическая* или *десятичная* мѣра *Mensura decimalis* которая въ Геометрїи того ради принята, что она къ счисленїю весьма способна. Сверьхъ сего введены еще нѣкоторые знаки, по которымъ всѣ именованїя вышепомянутыхъ мѣръ кратко изъявлены быть могутъ; а именно знакъ сажени есть слѣдующей. - - - - - - - - o
футa. - - - - - - - - - - - - I.
дюйма. - - - - - - - - - - - - II.
линѣи. - - - - - - - - - - - III.
скрупула. - - - - - - - - - - IV. и выговаривается сїе назначенное число

o I II III IV
5. 7. 3. 2. 7.

такъ 5 саженъ, 7 футовъ, 3 дюйма, 2 линѣи и 7 скрупуловъ. Сїи знаки сперва введены Ioанномъ Байэромъ; а прежде его Симономъ Стегинымъ, которой сїе десятичное раздѣленїе мѣры линѣйной первой ввелъ, и сажени означалъ также (o) футы (1), дюймы (2), линѣи (3), а скрупулы (4), такъ что вышеозначенное число по сему старому образцу, которой иногда также и новѣйшїе Геометры употребляютъ, вкратцѣ оглавляется такъ.

(o) (1) (2) (3) (4)
5 7 3 2 7.

Такой Геометрической Лондонской дюймъ, которыхъ 10 въ прежнемъ Лондонскомъ футѣ содержится, представляетъ здѣсь линѣя CD почти точно. Но чтобъ о употребительныхъ въ знатнѣйшихъ мѣстахъ мѣрахъ имѣть нѣкоторое понятїе, то надлежитъ примѣчать слѣдующее:

дующее: Должно приказать художнику Лондонской футъ по его длинѣ на мѣдной или на стальной дощечкѣ вырѣзать, и оной раздѣлить на 1350 равныхъ частей, потомъ такихъ частей надлежитъ взять столько, сколько въ сообщенной при семъ таблицѣ у каждаго фута показано, и такимъ образомъ означеннаго притомъ другаго фута точная длина получится.

Лондонской - -	1350.	Венецїанской -	1540.
Парижской - -	1440.	Бононской - -	1682.
Рейнландской -	1391.	Страсбургской -	1283.
Римской - - -	1320.	Ниренбергской -	1347.
Швецкой - -	1320.	Гданской - -	1271.
Дацкой - - -	1403.	Гальской - -	1320.

По сей таблицѣ показанную въ оной каждую мѣру можно весьма легко привесть въ другую. Напримѣръ положимъ, что нѣкоторое разстоянїе вымѣрено, которому найдена длина 540 римскихъ футовъ, спрашивается, сколько въ ономъ разстоянїи Лондонскихъ футовъ будетъ. Понеже римской футъ содержится въ Лондонскому футу въ такой пропорцїи, какъ 1320 къ 1350; то слѣдуетъ по свойству пропорцїи, по которому произведенїе крайнихъ членовъ всегда бываетъ равно произведенїю среднихъ членовъ, такъ 1350 римскимъ футовъ равны 1320 Лондонскимъ футамъ, потомъ сей примѣръ дѣлай по тройному правилу слѣдующимъ оброзомъ: 1350 римскихъ футовъ даютъ 1320 Лондонскихъ футовъ, что дадутъ 540 римскихъ футовъ, и тогда по окончанїи

дѣйствїя

дѣйствія выдетъ, что въ помянутыхъ 540 римскихъ футахъ содержится Лондонскихъ футовъ 528. Но ежели бы кто спросилъ, для чего имѣютъ такое стараніе о точномъ измѣреніи не только однѣхъ протяженій, но притомъ и всѣхъ другихъ вещей, которыя значатъ количество; то надлежитъ отвѣчать такъ, что дѣлается сіе для двухъ причинъ. Перьвая, что въ разныхъ случаяхъ человѣческаго житія, по измѣренію каждаго количества находится подлинное содержаніе вещи, которую въ свою пользу весьма способнѣе употреблять можно. Такъ напримѣръ, нѣкто имѣетъ у себя несмѣтную сумму, то есть безмѣрное множество денегъ, то онъ не токмо не можетъ знать, когда сколько изъ такихъ денегъ убыло, но еще не въ состояніи и смѣтить, на сколько времени оныхъ ему станетъ, пока помянутыхъ денегъ не сочтетъ. Вторая причина, что, а особливо въ наукахъ по измѣренію какой нибудь причины и оной дѣйствія, о истиннѣ той причины тѣмъ больше удостовѣриться можно, напримѣръ: Вижу я, что по учиненному нѣкоторому дѣйствію стекло въ мѣлкіе куски разбилось, и разсуждая сперьва, что сіе дѣйствіе происходитъ отъ воздуха, то можно мнѣ о истиннѣ сея причины увѣриться, когда я сыщу мѣру количеству давленія воздуха, и потому найду, что количество такого давленія въ состояніи произвесть помянутое дѣйствіе. Впрочемъ надлежитъ примѣчать еще о мѣрахъ, что здѣсь въ Россіи въ въ градусѣ Экватора содержится $104\frac{1}{2}$ версты, въ верстѣ 500 саженъ, въ сажени 3 аршина или

7 Лондонскихъ футовъ , такъ имѣетъ одинъ аршинъ $2\frac{1}{3}$ Лондонскихъ фута ; - - -
саженъ 7 —— —— ——
Верста 3500 —— ——

И по сему можно всѣ находящїяся въ вышеозначенной таблицѣ мѣры легко привесть въ россїйскую мѣру.

§ 4.

Линѣя вымѣривается такимъ образомъ, когда возмется другая извѣстная линѣя за единицу , и потомъ учинится изслѣдованїе , сколько разъ сїя за единицу взятая линѣя содержится въ той , которую вымѣрять должно.

фиг: 4. Такъ когда я хочу вымѣрять линѣю EF , то можно мнѣ вышепоказанной Лондонской дюймъ ,
фиг, 3. котораго длина линѣею CD представляется , взять за единицу; но понеже я при такомъ изъисканїи нахожу , что помянутая единица въ линѣѣ EF содержится четырежды ; то говорю , что линѣя EF длиною въ четыре дюйма, и такимъ образомъ я оную вымѣрялъ. На полѣ или на большомъ мѣстѣ вымѣривается длина долгимъ деревяннымъ шестомъ, долгимъ шнуромъ, или долгою цѣпью, которыя всѣ мѣры раздѣлены быть должны на дюймы , на футы , и на сажени ; и такъ первая изъ оныхъ называется *мѣрительной шестъ* , *саженъ* , вторая *мѣрительной шнуръ*, а третья *мѣрительная цѣпь*. Цѣпи имѣютъ ту неспособность , что оныя носить съ собою трудно ; шнуры и веревки отъ мокроты нарочито скорчиваются , ежели оныя

во время витья наизворотъ не кручены, въ горячемъ маслѣ не варены, и сверьхъ густо воскомъ не обведены; такъ шесты изъ прочихъ вышепомянутыхъ мѣръ почти наиспособнѣйшїе къ размѣренїю, только надлежитъ имѣть оныхъ два, которые бы всегда на землю прямо, и одинъ подлѣ другаго плотно класть можно было. Ибо когда только однимъ шестомъ что нибудь вымѣривается; то тогда и толщина онаго соединяется съ мѣрою, которую особливо считать должно. Всякой такой шестъ по обоимъ концамъ надлежитъ обивать желѣзными кольцами, чтобъ онъ всегда въ надлежащей своей длинѣ оставался. Буде же большой нужды нѣтъ, чтобъ въ измѣренїи такъ строго поступать надлежало, то вымѣривается линѣя на полѣ одними только шагами, что называется *мѣрять шагами*; но чтобъ въ счисленїи не ошибиться, то дѣлаются на то особливые инструменты, которые на себя вѣшаютъ, такъ что одинъ конецъ такого инструмента опускается внизъ, и привязывается сверхъ колѣна, отъ чего на инструментѣ указка отъ одного раздѣленїя переходитъ къ другому, какъ часто колѣно во время шаганїя нагибается; такїе инструменты называются *шритцелеръ* или *шаговые числители*. Найдены также еще и такїя машины, которыя къ колесамъ тѣлеги или коляски привѣшиваются, и по онымъ всегда помощїю нѣсколькихъ указокъ узнать можно, сколько разъ колесо въ какое время оборотилось. Къ сему также надлежитъ *мѣрительное колесо*, которое такого состоянїя есть, что оное одинъ человѣкъ предъ

собою катить можетъ, и также помощію нѣкоторыхъ указокъ по оному всегда усмотрѣть можно, сколько разъ оное колесо въ каждое время обернулось. Сей способъ особливо тогда бываетъ годенъ, когда мѣрять надлежитъ какое нибудь большое разстояніе. По сему довольно явствуетъ, какое точное сходство чи́сла съ протяженіемъ, то есть ариѳметика съ Геометріею имѣетъ. Ибо всѣ чи́сла можно изъявлять линѣями. Такъ ежели возмется линѣя CD за единицу, то представляетъ мнѣ линѣя EF число четыре. А когда примется за единицу линѣя GH, то найдется, что оная въ прежней линѣѣ EF содержится пятью, и того ради линѣя EF въ разсужденіи единицы GH также число изъявляетъ пять. И такимъ образомъ можно поступать далѣе, такъ что линѣя EF всегда бо́льшее число изъявлять будетъ, чемъ меньше возмется единица; слѣдовательно каждая линѣя по Геометрической строгости можетъ показывать всѣ чи́сла, которыхъ есть безконечное множество. По сему не обходимо заключить надлежитъ, что каждая линѣя безконечное множество частей въ себѣ содержитъ, хотя сама она и въ извѣстныхъ предѣлахъ заключается. Но когда такимъ образомъ каждое число линѣями изъявлять можно, ежели только положится единица; то весьма вразумительно есть, какимъ образомъ всѣ въ Ариѳметикѣ случающіяся дѣйствія по Геометріи рѣшить можно. На бумагѣ вымѣривается линѣя геометрическимъ инструментомъ, которой называется *циркулъ Circinus*. Сей инструментъ
фиг: 5 состоитъ изъ двухъ ножекъ AB и AC, кото-

рыя

рыя посредствомъ винта укрѣпленнаго въ головкѣ A поизволенію много или мало раздвигать можно. Оной дѣлается изъ твердой матеріи, а по большой части изъ мѣди; однакожъ съ низу ножки онаго надлежитъ дѣлать всегда стальныя и при томъ острыя, чтобъ самые кончики сихъ ножекъ совершенную остроту имѣли. Но понеже каждое раствореніе циркула представляетъ линѣю, о которой думать надлежитъ такъ, будто бы она между обоими его концами проведена была, а оба конца линѣи бываютъ пункты; (§ 2) то явно есть, что обо конца циркульныхъ ножекъ по крайней возможности такъ субтильны и остры здѣланы быть долженствуютъ, чтобъ оные тѣмъ ближе къ подлинному пункту подходили. Одна ножка обыкновенно у циркуловъ дѣлается такъ, что стальную часть вынять, и вмѣсто ея другую вставить, и щурупцомъ D укрѣпить можно, чтобъ оная не шаталась. Такіе цуркулы называются *чертежные циркулы*, потому что они при чертежахъ и рисованіи употребляются. *Вкладыпающіяся части* потребны бываютъ въ такомъ случаѣ, когда къ циркулу потребенъ будетъ карандашъ, чернила или пунктирное колесо, о чемъ всемъ въ слѣдующихъ параграфахъ яснѣе показано будетъ. Но чтобъ узнать, исправно ли какой циркулъ здѣланъ, или нѣтъ; то повѣряется сіе такъ: Оной циркулъ надлежитъ взять двумя пальцами за оба конца, такъ чтобъ головка висѣла внизъ, а потомъ оной сводить; и ежели во время сего своду чувствительно будетъ, что

онъ ходъ свой гладкой и плавной имѣетъ, и притомъ ни гдѣ не останавливается, то такой циркулъ здѣланъ исправно; а ежели найдется сему противное, то оной не годится; сверьхъ сего кончики его ножекъ, какъ уже выше показано, должны быть такъ остры, какъ можно, и когда циркулъ сведется, то обѣимъ ножкамъ между собою вплоть стоять надлежитъ. Равнымъ образомъ доджно знать какъ съ циркуломъ обходиться, что дѣлается такъ, надлежитъ брать оной за головку двумя только пальцами, а именно большимъ и указательнымъ, водить оной плавно и прижимать некрѣпко, чтобъ тѣмъ не проколоть глубоко бумаги.

§ 5.

Всѣ случающіяся въ Геометріи линѣи суть двоякаго роду, а именно: либо *линѣи прямыя* *linea recta* либо *линѣи кривыя* *linea curva* или *obliqua*. Линѣя прямая происходитъ отъ того, когда точка оную линѣю производящая непремѣнно въ одну сторону движется; напротивъ того кривая линѣя есть оная, которая раждается такъ, что точка такую линѣю производящая, на каждое мгновеніе ока въ разныя стороны склоняется.

фиг: 6 Такъ напримѣръ: Когда точка А производитъ линѣю, и во время своего движенія идетъ непремѣнно въ одну сторону С, то происходитъ отъ того прямая линѣя А В; причемъ примѣчать надлежитъ,

длежитъ, что для именованія прямой линѣи при обоихъ оныя концахъ полагаются по изволенію взятыя литеры такъ блиско, какъ можно, а именно при одномъ концѣ литера A, а при другомъ литера B, а потомъ самая линѣя произношеніемъ сихъ двухъ литеръ именуется, и того ради помянутая прямая линѣя называется линѣя AB. А когда напримѣръ пунктъ во время своего движенія находящейся въ A идетъ въ сторону B, посемъ изъ E въ сторону C, а потомъ изъ G, въ сторону D обращается перемѣняя движеніе свое по всякое мгновеніе ока, то раждается отъ того кривая линѣя, которая по нѣсколькимъ на кривизнахъ и обоихъ концахъ оныя положеннымъ литерамъ называется кривою линѣею AEFG. Нѣкоторое полагаютъ еще третей родъ линѣй, а именно которыя слагаются изъ прямыхъ и кривыхъ линѣй, какъ DCFEA, и такая линѣя называется *смѣшенная линѣя* или *Linea mixta*. Въ *простой Геометріи*, какого состоянія есть сія, разсуждается только о прямыхъ линѣяхъ, и объ одной кривой, о которой ниже говорить будемъ, и которая называется кругъ; а прочія кривыя линѣи, которыхъ есть бесчисленное множество, надлежатъ до *вышшей Геометріи*. Фиг: 7.

§ 6.

Прямая линѣя на бумагѣ проводится такъ, когда оная какою нибудь краскою подлѣ прямо простирающейся стороны нѣкотораго тѣла, которое крѣпко рукою придерживать должно, назначается. А на полѣ когда протянувши долгую веревку

подъ оною какимъ нибудь острымъ инструментомъ на земли черта проводится; или нѣсколько прямыхъ кольевъ одинъ за другимъ въ землю воткнутся, такъ что оные всѣ будутъ стоять прямо, и самой передней изъ нихъ когда на оной одинъ глазъ наведется, прочїе всѣ закроетъ.

При семъ надлежитъ упомянуть о разныхъ обстоятельствахъ. Ибо что касается до краски, то прїуготовляются къ тому либо самыя хорошїя жидкїя чернила, либо, что гораздо лучше, Китайскїя чернила, называемыя туша. Они не такъ раздѣляютъ стальныя губки въ чертежномъ перѣ, о которомъ тотчасъ говорить будемъ, какъ простыя чернила. Иногда проводится прямая линѣя только простымъ циркуломъ, и въ томъ случаѣ называется *слѣпая линѣя*, или карандашомъ; а на твердыхъ тѣлахъ проводится прямая линѣя мѣломъ или краснымъ карандашомъ. Плотники и каменьщики дѣлаютъ прямую линѣю на длинномъ деревѣ, или на камнѣ долгимъ и краскою наведеннымъ какимъ нибудь снуркомъ или вервью, которую они сверьхъ помянутаго дерева или камня крѣпко натягиваютъ, и оную взявши по срединѣ нѣсколько вверхъ приподымаютъ, и потомъ опять опускаютъ; чего ради такой снурокъ или веревочка ударившаяся о дерево, слѣдъ на деревѣ оставляетъ. А на бумагѣ видимой слѣдъ назначается или обыкновеннымъ перомъ, или ежели кто намѣренъ имѣть весьма

чистыя

чистыя и субтильныя линѣи, то вороньи перья, которыя для ихъ жестокости весьма тонко очинить можно, къ сему не мало способствуютъ; но лучше всего употребляется при семъ случаѣ *рейсфедеръ* или *перо чертежное* Оное есть такой инструментъ геометрической, которой состоитъ изъ одного черенка, и къ оному придѣланы внизу двѣ тонинькія стальныя губки, которыя щурупцомъ по изволенію слабже или туже, напустивши между оными не много чернилъ, сомкнуть, и тѣмъ тонкія или толстыя линѣи проводить можно. Прямая линѣя означивается часто также многими блиско подлѣ себя лежащими пунктами, которые дѣлаются либо перомъ либо *зубчетымъ колесцомъ* E. Сей инструментъ состоитъ изъ укрѣпленнаго въ руковяткѣ небольшаго съ зубчиками колесца, которымъ напустивши чернилъ по бумагѣ водить можно, отъ чего назначаются пункты; и такія пунктами изображенныя линѣи, какія MN, называются *пунктирныя линѣи*. Нарочно для сего еще дѣлается одною стороною прямо простирающейся и не очень толстой инструментъ съ гладкою поверьхностію, какъ ABCD показываетъ, котораго обѣ стороны AB и CD прямо и равно простираются, и такой геометрической инструментъ, подлѣ котораго держучи перо оное вести должно, когда прямую линѣю назначить потребно, называется *линѣйка Regula*, а художники называютъ оной *прапило*. Оба сіи инструменты линѣйка и циркулъ въ простой Геометріи почитаются за главныя вещи, помощію которыхъ всѣ случающіяся въ оной задачи

фиг: 8

фиг: 5

фиг: 9

 рѣшить

рѣшить можно. Такая линѣйка дѣлается изъ твердаго дерева, изъ слоновой кости, либо изъ стали, а не изъ серебра или изъ мѣди, потому что сїи оба металлы бумагу мараютъ и чернятъ, ежели по оной потрутся. То дерево, которое много жилъ имѣетъ, къ сему не годится, потому что оныя жилки на откосѣ скоро появляется, и въ проведенїи перо за оныя зацѣпляются. Такую линѣйку, исправно ли она здѣлана или нѣтъ, надлежитъ повѣрять, такимъ образомъ: проведи по оной линѣйкѣ на бумагѣ линѣю, которая пускай будетъ AB, потомъ обороти линѣйку по широтѣ ея другою стороною, такъ чтобъ сторона CD находящаяся внизу, въ верху была, и примѣчай, имѣетъ ли линѣя AB съ стороною AB линѣйки, по которой оная проведена была, совершенное сходство; ежели сїе есть, то оная сторона линѣйки исправно здѣлана; а когда находится противное, то она несправедлива, и не представляетъ никакой прямой линѣи; равнымъ образомъ свидѣтельствуется и другая сторона. Такое повѣренїе линѣйки основанїе свое имѣетъ на свойствѣ прямой линѣи, по которому оная, ежели возмется за оба конца, и кругомъ обращена будетъ, мѣста своего не перемѣнитъ. И такъ по сей линѣйкѣ можно легко провесть прямую линѣю, которая бы чрезъ одну или чрезъ двѣ данныя точки проходила; ибо надлежитъ только положить линѣйку по ея обрѣзу на одну или на обѣ данныя точки, и провесть по помянутому обрѣзу прямую линѣю, то оная чрезъ одну или чрезъ обѣ данныя точки пройдетъ; слѣдовательно въ Геометрїи необходи-

мо

мо надлежитъ употреблять линѣйку; потому что просто рукою прямой линѣи никакъ начертить не можно; равнымъ же образомъ и циркулъ въ Геометрїи потребенъ, ибо однимъ взглядомъ угадать не можно, сколько разъ какая линѣя въ другой содержится. При назначиванїи прямой линѣи на полѣ нѣсколькими прямыми кольями примѣчать надлежитъ, что такїе колья называются *размѣрные колья*, и что оные съ одного конца должны быть обиты вострóконечнымъ желѣзомъ, чтобъ способнѣе молоткомъ въ твердую землю вколочены быть могли. Когда повѣсится свободно наниткѣ гиря, то называется сїе *перпендикулъ* или *отвѣсъ*, и все то, что съ ниткою такого отвѣсу сходствуетъ, именуется *перпендикулярно* или *вертикально*, почему довольно видѣть можно, какимъ образомъ сїе учинить надлежитъ, чтобъ размѣрные колья вертикально вбиты были, а именно привѣшивается къ колу такой отвѣсъ, и прилѣжно примѣчается, точно ли сходствуетъ колъ съ протянутою ниткою. А что сїи колья находятся между собою въ прямой линѣѣ, а именно когда самой передней прочїе всѣ закрываетъ, то сїе зависитъ отъ свойства лучей свѣта, по которому оные всегда по прямой линѣѣ въ наши глазà приходятъ. А когда колья такимъ образомъ одинъ отъ другаго закрываются, то явно есть, что они прямо къ глазу идущей лучъ перехватываютъ, и дѣлаютъ оному препятствїе, что инако учиниться не можетъ, развѣ когда помянутые колья на такомъ пути стоятъ, по которому лучъ къ глазу идетъ, то есть на

прямой линѣѣ. Того ради въ древнія времена Платонъ прямую линѣю описалъ такъ, что она есть такая черта, которой оба конца закрываютъ все, что между ими въ срединѣ находится. Между тѣмъ, чтобъ такіе размѣрные колья, также и издали ясно видѣть можно было, то надлежитъ оные сверху обвивать бѣлою бумагою. Впрочемъ всѣ задачи случающіяся на полѣ для упражненія можно отправлять на гладкомъ и равномъ столѣ большими иглами, нитками и транспортиромъ, о которомъ инструментѣ (§ 19) говорить будемъ.

§ 7

Когда прямая линѣя на бумагѣ въ меньшомъ положеніи на столько же равныхъ частей раздѣлится, какъ и подлинная мѣра въ большомъ положеніи, такъ что по оной все то, что въ большомъ положеніи, и въ натуральномъ видѣ вымѣрено, въ меньшомъ положеніи представить, и изобразить можно, то называется такая раздѣленная линѣя *уменьшенной маштабъ* или *размѣръ*; ибо мѣра, которая употребляется въ большомъ положеніи, называется вообще *маштабъ* или *подлинной маштабъ*.

фиг: 10 Такъ линѣя AB представляетъ уменьшенной маштабъ; ибо, когда каждая изъ меньшихъ раздѣленій часть значитъ футъ, тогда AC, или CD, или DE, или всякая часть прочихъ большихъ раздѣленій, которыя всѣ между собою равны,

ны, значитъ сажень; или, все равно, положимъ, что одна часть изъ меньшихъ раздѣлений значитъ дюймъ, то большія раздѣленія будутъ футы. Помощію такого уменьшеннаго машшаба линѣя FG вымѣривается такъ, когда циркуломъ смѣряется оныя величина, то есть, ежели циркулъ столь далеко раздвинется, пока онаго обѣ ножки, на обоихъ концахъ F и G станутъ; потомъ перенесется раствореніемъ на уменьшенной машшабъ, и ножками поставленъ будетъ такъ, чтобъ онъ одною ножною стоялъ на одномъ концѣ большаго раздѣленія, а другою на малыхъ раздѣленіяхъ; и такимъ образомъ, когда содержащіяся между обоими ножками большія и малыя раздѣленія сочтутся, то легко сыщется, сколь велика искомая линѣя по сему уменьшенному машшабу будетъ. Для бо́льшей способности въ счисленіи ставится число надъ чорточками показующими большія и меньшія раздѣленія такъ, чтобъ оныя шли отъ C до B въ правую, а отъ C до A въ лѣвую сторону, то по симъ числамъ, на которыя поставятся обѣ циркульныя ножки, искомую величину линѣи весьма способно узнать можно будетъ, какъ въ семъ примѣрѣ, ежели меньшія раздѣленія положить за футы, а большія за сажени, то линѣя FG будетъ величиною въ 3 сажени въ $7\frac{1}{2}$ футовъ, или въ $3^{o}\ 7^{I}\ 5^{II}$, потому что въ половинѣ фута содержится 5 дюймовъ; а ежели меньшія раздѣленія возмутся за дюймы, слѣдовательно большія части будутъ футы, тогда линѣя FG будетъ въ 3 фута, въ $7\frac{1}{2}$. дюймовъ или $3^{I}\ 7^{II}\ 5^{III}$, потому

что

что половина дюйма по геометрическому размѣру 5 линѣй въ себѣ содержитъ. По сему видно, что въ проведенiи линѣи, которая по принятому маштабу требуемую величину имѣть долженствуетъ, нѣтъ никакой трудности, ибо надлежитъ только данную длину взять циркуломъ на уменьшенномъ маштабѣ, назначить онымъ двѣ точки, и провесть отъ одной точки къ другой прямую линѣю, которая будетъ требуемая линѣя. По сему довольно явствуетъ, какимъ образомъ сложенiе и вычитанiе по линѣямъ можно дѣлать въ Геометрiи, что покажемъ мы легкимъ примѣромъ. Надлежитъ сложить 15, 27 и 19, то положимъ каждое меньшее раздѣленiе на уменьшенномъ маштабѣ за единицу, чего ради каждая часть большаго раздѣленiя десять такихъ единицъ въ себѣ содержать будетъ. По семъ начерти нарочито длинную прямую линѣю AB, и возьми циркуломъ на маштабѣ число 15 и перенеси оное съ A на C, посемъ также на уменьшенномъ маштабѣ возьми циркуломъ число 17 и перенеси оное съ C до D, напослѣдокъ такимъ же образомъ возьми число 19 и перенеси съ D до E, то линѣя AE будетъ сумма вышепомянутыхъ трехъ чиселъ. Сiю линѣю должно перенесть на уменьшенной маштабъ, и примѣчать, какую величину оная имѣетъ по такому маштабу, какъ въ семъ примѣрѣ вышло 61. Такимъ же образомъ дѣлается и вычитанiе по уменьшенному маштабу, перемѣняя числа въ линѣи, и меньшiя отъ большихъ линѣй отрѣзывая. То, что отъ большихъ останется надлежитъ смѣрять, и по маштабу опять счислить. Но мы имѣя способность въ нашихъ

фиг: 11

нынѣ

нынѣ употребительныхъ числахъ не совѣтуемъ такимъ образомъ сложенiе и вычитанiе дѣлать; а объявили мы о семъ токмо для того, чтобъ начинающiе учиться могли видѣть, какое точное сходство имѣетъ Геометрiя съ Ариѳметикою.

§ 8.

При данныхъ двухъ точкахъ А и В отъ одной къ другой неболѣе какъ токмо одна прямая линѣя проведена быть можетъ. фиг: 12

Положимъ напримѣръ, что чрезъ обѣ точки А и В двѣ прямыя линѣи проведены быть могутъ, а именно одна АВ, а другая АСВ, изъ которыхъ каждая прямою линѣею быть, и чрезъ обѣ точки А и В проходить долженствуетъ. Но какъ бы прямая линѣя АСВ подлѣ другой линѣи А В близко ни лежала: однако необходимо должно въ одномъ мѣстѣ на нѣсколько отъ другой отстоять, ибо въ противномъ случаѣ были бы обѣ линѣи АСВ и АВ одна линѣя, а не двѣ. Положимъ, что прямая линѣя АСВ отъ прямой линѣи АВ нѣсколько отстоитъ, а именно въ точкѣ С, то явно есть, что точка А во описанiи линѣи АСВ движенiе свое имѣть долженствуетъ сперьва въ сторону D, а потомъ въ сторону Е; но D и Е находятся въ двухъ разныхъ сторонахъ; того роди точка А въ описанiи линѣи АСВ идетъ не въ одну сторону, и слѣдовательно линѣя АСВ не можетъ быть прямою линѣею. (§ 5) И такъ чрезъ двѣ данныя точки неболѣе, какъ только одна прямая линѣя проведена быть можетъ; а кривыхъ линѣй провести можно бесконечное

нечное множество, которыя всѣ чрезъ обѣ вышепоказанныя точки пройдутъ, и всегда одна другую въ себѣ содержать будетъ.

§ 9.

Когда двѣ прямыя линѣи находятся между собою въ такомъ положенiи, что одна чрезъ другую проходитъ, то говорится, *что онѣ между собою пресѣкаются.* И вездѣ, гдѣ бы сiя пересѣчка ни случилась, одна линѣя пересѣкаетъ другую всегда только въ одной точкѣ.

фиг: 13 Такъ когда прямая линѣя ED проходитъ чрезъ другую прямую линѣю AB тогда обѣ сiи линѣи пересѣкаются въ точкѣ C. А что такое пересѣченiе бываетъ только въ одной точкѣ, то можно легко доказать по прежнему. (§ 8) Положимъ, будто линѣя AB другою линѣею DE пересѣкается не въ одной точкѣ, но на примѣръ въ двухъ, а именно въ C и въ F, а точку F подлѣ C такъ близко взять можно, какъ кто хочетъ; то слѣдуетъ потому, что линѣя ED чрезъ обѣ точки C и F проходитъ; но сiи точки C и F находятся на линѣѣ AB, слѣдовательно и линѣя AB проходитъ также чрезъ обѣ точки F и C, а чрезъ двѣ данныя точки болѣе одной прямой линѣи провести неможно; (§ 8); того ради ежелибы линѣя ED другую линѣю AB болѣе нежели въ одной точкѣ прорѣзывала, то бы надлежало имъ обѣимъ быть одною линѣею, но сего принять неможно; потому что ED и AB долженствуютъ быть двѣ разныя прямыя линѣи.

§ 10.

§ 10.

Изъ безконечнаго множества кривыхъ линѣй въ простой Геометрїи ни одна не принимается, кромѣ той одной, которая называется *круглая линѣя*, и оную здѣсь истолковать надлежитъ. Когда представится, будто прямая линѣя AC, которая около одного своего конца C фиг: 14 такъ обращается, что оной всегда въ одной точкѣ неподвижно остается, а другой конецъ A пребывая вездѣ въ одномъ положенїи идетъ по пунктирному слѣду ABDE, пока линѣя CA придетъ опять на прежнее мѣсто; то явно есть, что отъ сего движенїя раждается содержащаяся въ кривой линѣѣ ABDEA поверьхность, которая называется *кругъ*, при семъ надлежитъ примѣчать другїя разныя имена. Линѣя AC обращающаяся вкругъ точки C называется *полудїаметръ* или *радїусъ*, *Semidiameter* или *Radius*; неподвижная точка C *средняя точка* или *центръ круга*, кривая линѣя ABDEA, которая происходитъ отъ движенїя точки A, называется *окружность* или *перифер̈їя*, *Peripheria*, *Circumferentia*. Ежели радїусъ AC продолжится до другой напротивъ лежащей стороны периферїи D впрямъ, такъ что продолженная линѣя ACD будетъ прямая ли-

нѣя, то вся такая прямая линѣя ACD называется *поперешникъ* или *дїаметръ круга*; а когда взятыя гдѣ нибудь на окружности двѣ точки, напримѣръ F и G соединятся прямою линѣею FG, то сїя линѣя FG называется *хорда круга Chorda*. Напослѣдокъ ежели возмется какая нибудь часть окружности напримѣръ FBG, то называется такая часть окружности *дуга*, *Arcus*, потому что оная представляется наподобїе натянутаго лука; а прямая линѣя FG, сей дуги, есть хорда.

Кругъ и онаго окружность въ простой Геометрїи приняты потому, что кругъ на всякой плоскости весьма легко начертить можно, помощїю вышеописаннаго (§ 4) циркула. Ибо когда изъ данной точки C данною длиною радїуса CA, описать надлежитъ такой кругъ, то должно поставить одну циркульную ножку на данную точку, взявши онымъ сперва длину радїуса. Сїю ножку надобно держать въ помянутой точкѣ C твердо, а другою ножкою по бумагѣ вести плавно до тѣхъ поръ, пока оная придетъ опять на прежнюю точку A; и такимъ образомъ кругъ начерченъ будетъ. Ежели сїе учинится простою циркульною ножкою, то называется *слѣпой кругъ*. Вмѣсто такой остроконечной ножки, какъ выше (§ 4) упомянуто, можно вкладывать карандашъ, рейсфедеръ, или зубчетое колесцо; а при всемъ дѣйствїи должно то наблюдать, чтобъ циркуломъ водить плавно, и дер-

и держать оной за головку только двумя перстами большимъ и указательнымъ, и крѣпко къ бумагѣ не прижимать, и при черченіи онаго не сводить, къ чему требуется небольшая привычка. Ежели потребно будетъ провесть такой кругъ, въ которомъ бы центра не видно было; то надлежитъ подъ ножку, которая въ центрѣ стоять будетъ, положить малинькой лоскутокъ согнутой бумажки, котораго бы циркульная ножка скоро проколоть не могла, въ чемъ также нѣсколько упражняться должно. Когда на полѣ надлежитъ провести кругъ, то употребляется къ тому весьма большой деревянной циркулъ, или втыкается на томъ мѣстѣ, гдѣ должно быть центру, колъ, къ которому привязывается веревка съ большимъ кольцомъ, чтобъ сіе кольцо вкругъ кола способно могло обращаться; а на другомъ концѣ веревки прикрѣпляется остроконечное желѣзо, которое держится всегда въ вертикальномъ положеніи, и такимъ образомъ водится оное вкругъ кола, которымъ окружность круга способно на землѣ назначится. По вышепоказаннымъ изъясненіямъ слѣдуетъ: первое; *окружность есть кривая линѣя сама въ себя возвращающаяся*; ибо когда точка А всю окружность перейдетъ, то приходитъ она опять къ точкѣ А, и начинаетъ итти снова по прежнему пути. Второе, *радіусы въ каждомъ кругѣ бываютъ между собою равны*, такъ напримѣръ радіусы CH, CA, CE всѣ между собою равны: ибо они суть не что иное, какъ сперва взятой и на другое токмо мѣсто перенесенной радіусъ AC. Третіе, *діаметръ есть хорда*, которая

фиг: 15.

фиг: 14.

чрезъ центръ круга проходитъ; оной хордою называется для того, что окружность прямою линѣею въ двухъ мѣстахъ стягиваетъ, а что чрезъ центръ круга проходитъ, то происходитъ сїе отъ продолженїя радїуса, котораго одинъ конецъ всегда въ центрѣ находится. Но какъ въ кругѣ безконечное число находится радїусовъ, то также есть въономъ и безконечное число дїаметровъ, потому что изъ каждаго радїуса можно дїаметръ здѣлать. Четвертое, *дїаметръ есть двойной радїусъ* Понеже оной чрезъ центръ круга проходитъ, и простирается до обѣихъ сторонъ окружности; то одна его часть есть радїусъ, а другая также радїусъ, и для того радїусъ полудїаметръ называется. Еще примѣчать надлежитъ, что нѣкоторые слѣдуя второму изъ сообщенныхъ здѣсь прибавленїю, кругъ описываютъ такъ, что кругъ есть *поверьхность съ находящеюся въ ономъ такою точкою, отъ которой всѣ къ окружности проведенныя линѣи между собою равны бываютъ.*

§ 11.

Въ кругѣ, гдѣ дїаметръ ни проведется, то оной какъ круговую поверьхность, такъ и самую окружность расѣкаетъ всегда на двѣ равныя части, то есть оной дїаметръ круговую поверьхность на двѣ другїя между собою равныя поверьхности, также и окружность на двѣ иныя между собою равныя дуги разрѣзываетъ.

Сїе

Сїе ужѐ въ древнїя времена доказано Талесомъ, которой былъ въ числѣ Греческихъ семи мудрецовъ слѣдующимъ образомъ: Положимъ данную круговую поверьхность AEBF съ проведеннымъ въ оной дїаметромъ AB, и представимъ въ умѣ, будто нижняя часть сей круговой поверьхности AFB около помянутаго дїаметра оборачиваяся на верьхнюю часть перешла. И ежели бы нижняя часть была меньше верьхней; то бы надлежало оной впасть внутрь дуги AEB. Положимъ, что сїе такъ учинилось, и нижняя часть на верьхнюю перенесенная пускай будетъ ADB, то должно провесть изъ центра C прямую линѣю CDE, что статься можетъ, потому что линѣя ACB есть дїаметръ, и слѣдовательно чрезъ центръ проходитъ (§ 10); то явно есть, что линѣя CD меньше линѣи CE; но CD и CE два радїуса одного круга; того ради надлежитъ онымъ быть между собою равнымъ (§ 10); и хотя проведется гдѣ нибудь иной радїусъ, напримѣръ CHG, то и въ семъ случаѣ то же воспослѣдуетъ. И по сему явно есть, что нижняя часть круга внутрь верьхней части впасть не можетъ. А ежели бы нижняя половина изъ верьхней половины выставилася, то надлежало бы радїусамъ необходимо быть между собою неравнымъ, чему по силѣ прежняго (§ 10) статься не можно. Но понеже нижняя часть на верьхнюю положенная ни впасть, нижѐ выставиться не можетъ, то одна часть другую совершенно покрыть долженствуетъ, ежели одна на другую положена будетъ; но двѣ поверьхности, взаимно себя совершенно закрывающїя, по ихъ протяженїямъ бываютъ фиг: 6.

 ютъ

ютъ между собою равны; такъ нижняя часть съ верьхнею есть одинакой величины, и слѣдовательно дїаметръ разсѣкаетъ каждой кругъ на двѣ равныя поверьхности, изъ которыхъ каждая называется *полoвина круга* или *полукружїе*, *Semicirculus*. Но понеже нижняя поверьхность вся верьхнюю поверьхность всю же закрываетъ, и обѣ во всемъ совершенно сходствуютъ; то и дуга AEB, другою AFB закрывается, слѣдовательно обѣ такїя дуги между собою равны, и дїаметръ каждую окружность также разрѣзываетъ на двѣ равныя дуги, изъ которыхъ каждая называется *половина окружности* или *половина периферїи*. По сему слѣдуетъ перьвое, понеже дїаметръ кругъ раздѣляетъ для того на двѣ половины, что онъ чрезъ центръ проходитъ, а хорда чрезъ центръ не проходитъ, *то оная кругъ и окружность разсѣкаетъ на двѣ равныя части*. Второе, что около каждой точки можно описать кругъ: такъ *на данной прямой линѣѣ*
Фиг: 17. *AB, на которой центръ буде положится въ C, описать можно только полукружїе ADB*. Но понеже сїя линѣя чрезъ центръ проходитъ, то можно оную почесть за дїаметръ, а дїаметръ около центра описанной цѣлой кругъ разсѣкаетъ пополамъ, то слѣдуетъ одному полукружїю на данной линѣѣ быть на верьху, а другому въ исподи.

§ 12.

Понеже въ вышеписанномъ при разныхъ случаяхъ говорили мы о движенїи точки или линѣи; то для лучшаго разумѣнїя въ

въ послѣдующемъ необходимо потребно знать нѣкоторыя свойства движенія. Но точка при каждомъ своемъ движеніи въ извѣстное время нѣкоторое измѣренное мѣсто переходитъ; то явно есть, что оная во время своего движенія въ одинакое время всегда переходить можетъ мѣсто либо одинакое, либо разной величины. Ежели первое возмется, а именно, что движущаяся точка въ равное время также равное пространство всегда переходитъ; то называется движеніе такой точки, *равное движеніе*, *motus uniformis*; а когда примется второе, то называется *неравномѣрное движеніе* *motus difformis*.

Положимъ напримѣръ, будто точка имѣетъ движеніе такое, что она всегда въ одну минуту 5 футовъ переходитъ; то въ семъ случаѣ движеніе ея будетъ равномѣрное; въ другую минуту перейдетъ она опять 5 футовъ, въ третью минуту также 5 футовъ и такъ всегда равномѣрно, то есть въ 2 минуты перебѣжитъ она 10 футовъ, въ 3 минуты 15 футовъ, въ 4 минуты 20 футовъ; или также въ двойное время перейдетъ она двойное мѣсто, въ тройное время тройное мѣсто, въ четверное время четверное мѣсто; такъ по сему явствуетъ, что въ равномѣрномъ движеніи величины перейденнаго мѣста бываютъ пропорціональны тому времени, въ которое тѣ величины ходомъ совершаются или

содержатся между собою въ пропорціи времени, въ которое оныя переходятся. А понеже въ Геометріи принимаются только однѣ равномѣрныя движенія; то вышепоказанное правило въ оной вездѣ употреблять можно, гдѣ разсуждается о какомъ движеніи. Напротивъ же того ежели примется, что точка напримѣръ въ одну минуту переходитъ 5 футовъ, въ другую минуту 8 футовъ, въ 3 минуту 19 футовъ, то называется сіе движеніе неравномѣрное, потому что тогда въ равныя времена неравныя мѣста переходятся, и такъ вышепомянутое правило въ семъ случаѣ не годится; къ тому же въ Геометріи о неравномѣрномъ движеніи разсуждать причины не имѣемъ, а объявили объ ономъ здѣсь токмо для того, чтобъ по тому способнѣе узнать свойство равномѣрнаго движенія.

§ 13.

Каждая движущаяся точка имѣетъ свою опредѣленную скорость: ибо одна точка можетъ двигаться скорѣе, нежели другая. Сія скорость измѣряется величиною того мѣста, которое равномѣрно движущаяся точка въ нѣкоторое время переходитъ.

Положимъ, что одна точка переходитъ въ минуту 5 футовъ, другая 10 футовъ, обѣ равномѣрно; то сія послѣдняя, потому что она въ толикое же время вдвое больше мѣста противъ первой переходитъ, будетъ имѣть двойную скорость; и такъ скорости двухъ точекъ въ равномѣрномъ движеніи содержатся между собою

такъ

такъ , какъ перейденныя оными въ одинако● время мѣста.

§ 14.

По вышеобъявленнымъ обоимъ свойствамъ равномѣрнаго движенія слѣдуетъ сіе предложеніе ; когда двѣ точки А и а движутся равномѣрно съ разною скоростію ; то скорость первой точки къ скорости второй точки содержится такъ какъ первою точкою перейденное мѣсто и раздѣленное на ея время , къ совершенному второю точкою мѣсту и раздѣленному такъ же на ея время.

Сіе предложеніе по вышепоказанному легко доказано быть можетъ , ежели кто свойство пропорцій разумѣетъ. Положимъ, что точка А, во время Т, переходитъ мѣсто S, скоростію С, а точка а, во время t, переходитъ мѣсто s, скоростію с ; но чтобъ обѣихъ сихъ точекъ скорости С и с между собою привесть въ сравненіе ; то надлежитъ знать величину того мѣста , которое онѣ обѣ въ одно время переходятъ (§ 13) ; такъ возмемъ мы вмѣсто сего одинакаго времени время Т и будемъ искать , какое мѣсто во время Т, точка а, перебѣжитъ. Но понеже точка а, во время t, мѣсто s, переходитъ, то сколь велико мѣсто оная во время Т перейдетъ ? По силѣ прежняго (§ 12) сію пропорцію по тройному правилу надлежитъ расположить слѣдующимъ образомъ : какъ время t, ко времени Т, такъ перейденное въ первое время мѣсто s, содержится къ тому мѣсту , по которому въ послѣ-

днее время точкѣ перейти должно, и найдется оное $\frac{sT}{t}$. Такъ имѣемъ мы теперь два мѣста, которыя въ одинакое время ходомъ точекъ совершаются, а именно: во время T, точка A, переходитъ мѣсто S и въ толикое же время T точка a, переходитъ мѣсто $\frac{sT}{t}$; но понеже скорость точки A, къ скорости точки a, содержится такъ, какъ S къ $\frac{sT}{t}$ (§ 13), или чтобъ сїе самое изобразить обыкновенными знаками, то будетъ такъ $C:c = S:\frac{sT}{t}$. Но понеже содержанїе не перемѣняется, когда въ ономъ оба члена на какое нибудь одинакое число раздѣлены будутъ; то раздѣлимъ мы въ семъ содержанїи оба члена, $S:\frac{sT}{t}$ на T, отъ чего произойдетъ $C:c = \frac{S}{T}.\frac{s}{t}$ какъ выше показано. Но чтобъ сїе яснѣе показать, то сообщимъ мы легкой примѣръ слѣдующей: Два скорохода бѣгутъ равномѣрно; перьвой перебѣгаетъ въ каждый 5 часовъ по 7 миль, а другой въ каждыя 8 часовъ по 11 миль, спрашивается, которой изъ нихъ скорѣе бѣжитъ, то есть, которой бо́льшую скорость имѣетъ? Понеже скорость находится въ такомъ содержанїи, въ какомъ мѣсто раздѣленнее на ея время; того ради скорость перьваго къ скорости втораго скорохода содержится такъ какъ $\frac{7}{5}$ къ $\frac{11}{8}$, то есть какъ 56 къ 55; и слѣдовательно перьвой бѣжитъ скорѣе нежели другой; по сему примѣру довольно явствуетъ, какимъ образомъ скорости во всѣхъ прочихъ случаяхъ между собою сравнивать должно.

§ 15.

Въ данныхъ двухъ кругахъ AEF и BDG фиг: 18. изъ общаго центра C взятымъ по изволенїю растоянїемъ описанныхъ съ проведенными изъ сего общаго центра C полудїаметрами CE и CA пресѣкающими дуги AE и BD находится дуга AE къ цѣлой своей окружности AEFA въ такой пропорцїи, какъ дуга BD ко всей своей окружности BDGB.

Ибо явно есть, что въ какое время движенїемъ радїуса CA около неподвижной точки C цѣлой кругъ AEFA описывается, то въ такое же время и меньшой цѣлой кругъ BDGB движенїемъ радїуса CE изображается (§ 10). Но понеже точка A въ описанїи большаго круга больше мѣста перейти долженствуетъ въ то же самое время, въ которое точка B въ описанїи меньшаго круга меньше мѣста переходитъ; то надлежитъ оной точкѣ необходимо имѣть большую скорость, а именно: скорость точки A къ скорости точки B будетъ находиться въ такомъ содержанїи, въ какомъ большая окружность къ меньшой, и сїи обѣ окружности суть такого состоянїя, которыя въ одинакое время описаны бываютъ (§ 13). Такъ когда мы для краткости скорость точки A назовемъ C, а скорость точки B c; большую окружность P, меньшую p, дугу AE A, а дугу BD a, то во первыхъ произойдетъ C : c = P : p. равнымъ же образомъ и обѣ дуги AE и BD обѣими точками A и B въ одинакое время описываются; того

B 5 ради

РОССИЙСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ БИБЛИОТЕКА

ради для помянутой причины опять будетъ C:c=A:a; но понеже прежде было C:c=P:p, то также будетъ A:a=P:p или переставливая члены, въ сей пропорцiи такъ A:P=a:p. Такiе круги, которые изъ общаго центра описываются, называются *концетральные дуги circuli concetrici*; а напротивъ того тѣ, которые
фиг: 19. проводятся изъ двухъ разныхъ центровъ C и c, называются *эксцетральные круги circuli excentrici*.

§ 16.

фиг: 20. Когда двѣ прямыя линѣи CA и CB проведутся изъ одной точки C, то явно есть, что онѣ нѣкоторое наклоненiе или растворенiе между собою имѣютъ. Сiе наклоненiе или растворенiе, которое дѣлается отъ сошедшихся въ одну точку двухъ прямыхъ линѣй, называется *плоской уголъ Angulus planus*, для различiя отъ толстаго угла, о которомъ ниже (§ 142) обьявлено будетъ. Та точка, въ которой обѣ линѣи сходятся, называется *церхъ*, обѣ линѣи *бедра* или *бока* угла. Ежели сiи оба бока будутъ прямыя линѣи, то называется *прямолинѣйной уголъ*, *Angulus rectilineus*; а когда будутъ состоять изъ кривыхъ линѣй, *криволинѣйной уголъ*, *Angulus curuilineus*. Ежели же одна прямая, а другая кривая линѣя будетъ, то именуется

нуется *смѣшеннолинѣйной уголъ*, *Angulus Mixtilineus.*

Такой уголъ означивается одною литерою, которая полагается при его верхѣ, такъ напримѣръ уголъ C. Но понеже иногда случается, что многіе углы общей верхъ имѣютъ; то надлежитъ въ такомъ случаѣ уголъ означать тремя литерами, изъ которыхъ двѣ при концѣ каждаго бока, а одна на верху полагается, при чемъ сію послѣднюю литеру между прочими двумя всегда въ срединѣ ставить должно, какъ напримѣръ уголъ BCA или DCB, или полагается также въ самомъ отверстіи только одна литера, и оною назначается уголъ напримѣръ уголъ m. Но понеже такое наклоненіе, которое двѣ линѣи между собою имѣютъ, можетъ увеличиться и уменьшиться: ибо то отверстіе, которое напримѣръ обѣ линѣи BC и AC дѣлаютъ, есть меньше того отверстія, которое происходитъ отъ положенія двухъ линѣй DC и AC; то явно есть, что оное отверстіе подлинная величина (§ 1), и того ради въ Геометріи мѣру себѣ имѣть долженствуетъ. А такую мѣру должно опредѣлить отъ круга: Ибо можно сіе представить такъ, будто бы линѣя CB сперва на линѣѣ CA лежала, и оную покрывала, а потомъ около неподвижной точки C стала подыматься въ верьхъ, и напослѣдокъ пришедши на мѣсто CB остановилась. Но отъ такого движенія раждается дуга EF или GH (§ 10), которыя центръ находится въ C; притомъ и сіе явно есть, что отверстіе бываетъ или больше или меньше, въ

разсу-

разсужденіи того, когда помянутая дуга также бываетъ меньше или больше; и того ради такая круга дуга взята для мѣры угла.

§ 17.

И такъ уголъ вымѣряется слѣдующимъ образомъ: Изъ верьху его C надлежитъ провести взятымъ по изволенію циркула растворенiемъ цѣлой кругъ GHI; и по учиненіи сего должно изъискивать, какую находящаяся между обоими боками угла дуга къ цѣлой своей окружности имѣетъ пропорцію; а какъ оная найдется, то чрезъ то и уголъ вымѣрянъ будетъ.

Ибо явно есть, что отверстіе угла тѣмъ болѣе прибываетъ, чемъ далѣе линѣя CB отъ линѣи CA отходитъ. Но для большаго показанія, что при двойномъ отверстіи содержащаяся между боками дуга есть вдвое больше той, которая находится при одинакомъ отверстіи, при тройномъ отверстіи втрое больше, и такъ далѣе, и слѣдовательно, что по вышепоказанному образу описанная дуга мѣрою сего отверстія быть можетъ; и ежели положится по изволенію отвер-
фиг:21. стіе BCA одинакое, а DCA двойное, то есть буде отверстіе DCB съ прежнимъ одинакимъ BCA возмется за равное; то явствуетъ по происхожденію круга (§ 10), что дуга BD такимже образомъ раждается, какъ и дуга AB. Притомъ же извѣстно (§ 10), что радіусы CA, CB, CD всѣ между собою равны, такъ ежели

ежели въ умѣ часть круга ACB положится на часть DCB, то обѣ линѣи AC и BC по равенству обоихъ отверстій прямо на обѣ линѣи BC и DC лягутъ, и также по равенству своему окончатся въ точкахъ D и B; такъ дуги AB и BD взаимно себя совершенно закроютъ или между собою равны будутъ; то видно, что при двойномъ отверстіи DCA двойная дуга AD между боками угла содержится. Но понеже отверстіе обоихъ боковъ тѣмъ больше увеличивается, чѣмъ болѣе обѣ линѣи растворяются; то оное тогда бываетъ наибольшее, когда линѣя BC около цѣлаго круга оборотится. И такое наибольшее отверстіе, которое двѣ линѣи имѣть могутъ, и которыхъ мѣра есть цѣлой кругъ, принимается за мѣру всѣхъ прочихъ меньшихъ отверстій. Такъ въ семъ случаѣ мѣра есть больше того количества, которое мѣрять должно, и здѣсь надлежитъ выбрать такую мѣру къ измѣренію, о какой выше (§ 3) при второмъ измѣренія способѣ упомянуто было; а именно надлежитъ показать, сколько разъ та вещь, которую вымѣрять надобно, содержится въ мѣрѣ, то есть сколько дуга EF въ цѣлой своей окружности находится, или какую пропорцію содержащаяся между боками угла дуга ко всей своей окружности имѣетъ. Фиг: 20.

§ 18.

Когда по вышепоказанному образу надобно вымѣрять уголъ, то все равно, какимъ радіусомъ описуемой притомъ кругъ ни начертится.

Поло-

Положимъ, что надлежитъ вымѣрять уголъ BCA, и когда для сего проведены будутъ два круга, одинъ EFK большимъ радїусомъ CE, а другой GHI меньшимъ радїусомъ CG; то легко показать можно, что при обоихъ сихъ кругахъ мѣра углу BCA одинакая быть долженствуетъ. Но понеже мѣра угла состоитъ въ содержанїи, которое находящаяся между его боками дуга въ цѣлой окружности имѣетъ (§ 17.); того ради мѣра угла изъявляется симъ содержанїемъ EF: P, или симъ GH: p, то есть ежели большая окружность назовется P, а меньшая p. Но уже выше (§ 15.) доказано, что сїи оба содержанїя EF : P, и GH: p въ концентральныхъ кругахъ между собою равны бываютъ; того ради выдетъ одинакая мѣра углу, хотя бы надлежащїе къ его измѣренїю круги большимъ или малымъ радїусомъ проведены были, потому что дуга GH содержится въ цѣлой своей окружности столько же, сколько и дуга EF во всей своей окружности; изъ чего слѣдуетъ сїе, *что уголъ не становится тѣмъ ни больше ни меньше, хотя его бока продолжены или укорочены будутъ*, потому что онъ въ обоихъ случаяхъ мѣру одинакую имѣетъ.

§ 19.

Въ Геометрїи принимается, будто бы окружность каждаго круга, какой бы оной величины ни былъ, раздѣлена была на 360 равныхъ частей, и каждая такая часть называется *градусъ Gradus*; сей градусъ опять раздѣляется на 60 частей

равныхъ,

равныхъ, и такія небольшія части, которыхъ 60 одинъ градусъ составляютъ, называются *минуты* или *Minuta prima*. Потомъ минута дѣлится опять на 60 *секундъ* или *Minuta secunda*, секунда на 60 *терцїй*, *Minuta tertia*, и далѣе, такъ что во всей окружности каждаго круга 77760000 терцїй, 1296000 секундъ, 21600 минутъ и 360 градусовъ содержится; сїе шестидесятное раздѣленїе приписывается древнимъ Египтянамъ, которое они въ кругахъ астрономическихъ уже́ употребляли.

Изъ сего получается великая способность къ размѣренїю угловъ, хотя еще и не показано, какимъ образомъ окружность круга дѣлить на какїя нибудь малыя части, о чемъ въ послѣдующемъ объявлено будетъ; однакожъ довольно явствуетъ, что сїе дѣло возможное, потому что окружность хотя линѣя кривая, однакожъ свои части имѣть долженствуетъ. Но такїя части всѣ суть малыя кривыя линѣи, или самыя малыя дуги, такъ напр: минута есть малая дуга цѣлой окружности, которая на 21600 равныхъ частей раздроблена; градусъ есть также небольшая дуга въ разсужденїи всей окружности, которая на 360 равныхъ частей раздѣлена. Но когда большаго круга окружность на 360 равныхъ частей раздѣлится, то сїи части выдутъ болѣе тѣхъ, ежели окружность меньшаго круга на столько же равныхъ частей раздѣлена будетъ; то вѣроятно

ятно есть, что градусы и оныхъ части въ равныхъ величиною кругахъ въ обоихъ равны, а въ неравныхъ величиною кругахъ неравны быть долженствуютъ. Такъ напримѣръ: градусъ въ кругѣ GHI. меньше градуса, что въ кругѣ EFK. Секундъ въ геометрïи способно употреблять не можно, потому что инструменты, о которыхъ ниже объявимъ, велики не дѣлаются; чтобъ можно было на оныхъ означать секунды. Но чтобъ сïе ясно видѣть, какой легкой способъ къ размѣриванïю угловъ изъ сего раздѣленïя всѣхъ круговъ на 360 градусовъ происходитъ; то положимъ опять, что надлежитъ вымѣрять уголъ ACB, мѣра онаго есть содержанïе дуги EF къ цѣлой окружности, или какъ короче изъявляется; EF : P; положимъ напримѣръ, что содержанïе найдено такое, какъ 9 къ 73; то будетъ такая пропорцïя 73. 9 = P : EF, такъ дуга EF сыщется $\frac{9}{73}$ P, или понеже P 360 градусовъ имѣетъ, то произойдетъ на дугу EF $9 \cdot \frac{360}{73}$, или $\frac{3240}{73}$, то есть $44\frac{28}{73}$ градуса, которое число приведенное въ минуты, даетъ 44 градуса 23 минуты Ежели секунды оставятся, такъ въ сей дугѣ содержится $44\frac{28}{73}$ такихъ градусовъ, которыхъ 360 цѣлой оныя кругъ EFK составляютъ; чего ради происходитъ изъ сего иное размѣренïе угла BCA, а именно такое: *раздѣли проведенной по изволенïю пятымъ радïусомъ изъ верьху угла кругъ на 360. градусовъ или на 21600 минутъ, и смотри, сколько оныхъ въ содержащейся между боками угла дугѣ* EF *находится, то сïе число градусовъ и минутъ будетъ мѣра угла* ACB. Въ семъ случаѣ принимаются опять нѣкоторые знаки изъ-

изъявляющїе вкратцѣ градусы, минуты, секунды и терцїи, а именно тѣ же самые, которые ужѐ выше (§ 3.) показаны были: градусы означаются °, минуты ′, секунды ″, а терцїи ‴; такъ когда уголъ АСБ содержитъ въ себѣ 44 градуса, 23 минуты, 7 секундъ и 18 терцїй; то пишется сїе короче такъ, 44° 23′ 7″ 18‴. Но понеже окружность круга на 360 равныхъ частей дѣлить весьма трудно; то дѣлаются къ сему нарочные инструменты, по которымъ, кромѣ всякаго раздѣленїя, можно найти градусы и минуты каждому углу, и сїи инструменты называются *транспортиры* или *угломѣры*. Такой инструментъ есть не что иное, какъ здѣланное изъ серебра, изъ мѣди, или изъ рогу полукружїе, которое всегда раздѣляется на 180 градусовъ равныхъ, и имѣетъ дїаметръ АВ, съ означеннымъ ясно на ономъ центромъ С. Ежели кто хочетъ такимъ транспортиромъ на бумагѣ вымѣрять уголъ DCB, то надлежитъ помянутой инструментъ положить на уголъ такъ, чтобъ онаго центръ находился на самомъ верьху угла, а одинъ бы бокъ угла вплоть подлѣ дїаметра, или паче радїуса транспортира лежалъ; и потомъ примѣчать надобно, чрезъ какой градусъ другой бокъ угла проходитъ, что по назначеннымъ на ономъ числамъ легко узнать можно; и такимъ образомъ безъ всякой трудности число градусовъ измѣряемому углу опредѣлится. Ибо по описанному здѣсь транспортира положенїю легко видѣть можно, ежели оной положится исправно, то тожъ самое разумѣть надлежитъ, будто бы изъ верьху угла полукружїе проведено было, и фиг: 22.

на 180 градусовъ, которые оному яко половинѣ цѣлой окружности приличны (§ 11), раздѣлено было; но понеже все ровно, какимъ бы радїусомъ сїя окружность описана ни была (§ 15), что также и вся ой транспортиръ, хотя большой или малой къ сему способенъ; ежели оной только на равныя части исправно раздѣленъ будетъ. Но понеже никогда не случается вымѣривать такїе углы, которые бы больше 180° были: то запотребно и не принято дѣлать инструменты на подобїе круга, когда и половиною круга всегда исправиться можно. А что между собою соглашенось всѣ круги дѣлить на 360 градусовъ; то происходитъ отъ того, что сїе число на многїя другїя чи́сла на цѣло дѣлится, а именно: на 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180. Что же къ мѣрѣ угловъ выбраны знаки тѣ же самые, которые положены при мѣрѣ линѣйной, (§ 3) то изъ сего не можетъ произойти никакое замѣшательство, потому что по обстоятельствамъ тотчасъ видѣть можно, что о градусахъ или о минутахъ, о футахъ или о дюймахъ говорится. На полѣ вымѣривается уголъ особливымъ на то зѣланнымъ изъ какой нибудь твердой матерїи инструмен-
фиг: 23. томъ, которой обыкновенно называется *астролябїя* Сей инструментъ есть также цѣлой или половинной на градусы раздѣленной кругъ, съ меньшими, а иногда съ перспективами или подзорными трубками, въ которыя на пункты составляющїе уголъ точно смотрѣть можно, [что называется *мишенить*], когда оной прямо надъ

точкою,

точкою, которая дѣлаетъ верьхъ угла, на стативѣ или на разношкахъ поставится. Впрочемъ такая астролябія сходствуетъ во всемъ съ большимъ транспортиромъ; и часто придается къ оной *компасъ*, то есть коробочка съ находящеюся въ ней магнитною иглою, чтобъ при измѣреніи большаго поля, также и стороны свѣта въ чертежѣ означить можно было. По сему теперь довольно явствуетъ, какимъ образомъ помощію транспортира и астролябіи какой нибудь уголъ *по данному числу градусовъ* на бумагѣ начертить, или на полѣ назначить должно, и того ради пространно толковать не для чего.

§ 20.

Ежели представится такъ, что прямая линѣя CA однимъ концомъ около неподвижной точки C движется, а другимъ концомъ A отчасу далѣе отъ точки A отходитъ, такъ что напослѣдокъ опишется симъ концомъ половина круга ABEF (§ 10); то по происходящимъ отъ сего движенія угламъ BCA, DCA, ECA надлежитъ примѣчать четыре обстоятельства. Первое, буде раствореніе угла къ точкѣ A есть меньше, нежели къ точкѣ F, какъ то въ углѣ BCA дѣлается, то сей уголъ называется *острый уголъ*, *angulus acutus*. Второе, когда линѣя CB придетъ въ тако фиг: 24.

такое положенѣе, гдѣ отверстїе DCA и DCF съ обѣихъ сторонъ будетъ равное, и такъ уголъ DCA будетъ равенъ углу DCF, или когда наклоненїе или отверстїе къ точкамъ къ A и къ F по обѣ стороны будетъ равное, и такъ линѣя CD чрезъ самую верхнюю точку D полукружїя пройдетъ: тогда каждой изъ сихъ обоихъ угловъ называется *прямой уголъ*, *angulus rectus*. Третїе, когда линѣя CB будетъ находится въ такомъ положенїи, что растворенїе къ точкѣ A будетъ больше, нежели къ F, какъ то въ углѣ ECA видно, тогда такой уголъ именуется *тупой уголъ*, *angulus obtusus*. Четвертое, когда напослѣдокъ линѣя CB придетъ въ такое положенїе, что она съ линѣею CA болѣе не дѣлаетъ никакого угла, но составляетъ вмѣстѣ съ нею одну прямую линѣю, такъ будто бы линѣя AC продолжена была; то говорится, что обѣ линѣи CA и CF *прямо концами своими между собою соединяются*. Острые и тупые углы имѣютъ общее званїе, и называются *косые углы* *anguli obliqui*.

Понеже линѣи CA и CF дѣлаютъ одну прямую линѣю AF, то на оной описанная точкою A дуга ADF есть половина окружности (§ 11); и слѣдо-

и слѣдовательно содержитъ 180°. Такъ можно сказать, что двѣ линіи, которыя прямо концами своими между собою соединяются, или составляютъ токмо одну прямую линѣю, дѣлаютъ вообще уголъ во 180°, или свойственнѣе сказать, что онѣ не составляютъ никакого угла. Понеже оба прямыя угла ACD и FCD между собою равны; то имѣетъ каждой половину 180°, то есть, *уголъ прямой имѣетъ 90°, или четпертую часть окружности*, которая четвертая часть окружности называется *кпадрантъ*; и такъ *псѣ прямые углы бытаютъ между собою рапны*. По сему довольно видно, что острой уголъ меньше 90°, прямой уголъ точно въ 90°, а тупой уголъ больше 90°. При прямомъ углѣ еще и сіе примѣчать надлежитъ, что когда двѣ линѣи дѣлаютъ между собою такой уголъ; то говорится, что одна линѣя на другой стоитъ *перпендикулярно* или *прямоугольно*. Такъ когда уголъ ACB есть прямой уголъ, то стоитъ линѣя AC на CB, а CB на AC перпендикулярно или прямоугольно. фиг: 25.

§ 21.

Когда на прямой линѣѣ AB изъ взятой по изволенію точки C одна или много линѣй проведется; то въ разсужденіи числа проведенныхъ линѣй число угловъ бываетъ всегда однимъ угломъ больше; а сумма всѣхъ такимъ образомъ происшедшихъ угловъ бываетъ равна половинѣ окружности, или 180°. фиг: 26.

Такъ когда изъ точки C на прямой линѣѣ AB проведутся три другія линѣи CD, CE, CF, то произойдутъ отъ того четыре угла BCD, DCE, ECF и FCA. Сіи четыре угла сложенные въ одну сумму учинятъ 180°. Ибо линѣя ACB есть прямая линѣя, на которой взята точка C, то можно изъ сей точки C, яко изъ центра на линѣѣ ACB, описать половину круга (§ 11). Но понеже сей центръ C есть также общей верьхъ всѣхъ тѣхъ угловъ, которыхъ бока отъ него происходятъ, то содержащіяся между боками дуги есть мѣрою каждаго такого угла (§ 17); но когда сіи мѣры всѣ вмѣстѣ составляютъ половину окружности, или 180°, то и сумма всѣхъ сихъ угловъ равна тому же количеству. Равнымъ же образомъ легко доказать можно, что ежели только одна линѣя CD проведется, и отъ того произойдутъ два угла, а именно BCD и DCA, то сіи углы содержатъ въ себѣ также 180°. Такіе два угла BCD и ACD, которые происходятъ, когда изъ точки C на прямой линѣѣ AB проведется одна линѣя CD, называются *между собою противолежащіе углы*, или *anguli deinceps positi*. Такъ ежели изъ такихъ двухъ угловъ одинъ данъ; то и другой будетъ известенъ. Ибо надлежитъ только данной уголъ изъ 180° вычесть, то другой получится; напримѣръ: положимъ уголъ BCD въ 33°, то уголъ DCA будетъ въ 147°; ежели же уголъ BCD положится въ 55° 27′, то уголъ DCA будетъ въ 124° 33′. Такъ ежели бы на полѣ надлежало вымѣрять тупой уголъ ACD, а сего бы дѣйствительно учинить не можно было, либо за препятствіемъ нѣкоторыхъ

торыхъ обстоятельствъ на ономъ мѣстѣ, либо что иногда не рѣдко случается, вмѣсто вышепомянутой астролябіи (§ 19) только четвертая доля круга, или квадрантъ раздѣленной на градусы былъ, которымъ никакого тупаго угла вымѣрять не можно, ибо оной больше 90° имѣетъ (§ 20), то должно только оное наблюдать, чтобъ линѣю AC продолжить, а потомъ вымѣрять уголъ DCB; ибо когда перьвой есть тупой уголъ, то послѣдней всегда острой будетъ; и такъ можно оной вымѣрять только однимъ квадрантомъ; потомъ найденное число надлежитъ вычесть изъ 180°, то получится подлинная величина тупаго угла ACD.

§ 22.

Когда на поверьхности изъ точки A проведено будетъ столько прямыхъ линѣй, сколько потребно: то произойдетъ отъ того столько угловъ, сколько линѣй будетъ; а всѣ такіе углы сложенные въ одну сумму, бываютъ всегда равны цѣлой окружности или 360°. фиг:27.

Ибо изъ точки A какъ изъ центра можно около оной начертить цѣлой кругъ (§ 10). Но когда въ точкѣ A находится общей верьхъ всѣхъ произшедшихъ угловъ, то содержащіяся между каждыми двумя боками дуги будутъ мѣрою того угла (§ 17). Но понеже всѣ сіи дуги вообще произведутъ цѣлую окружность или 360°, то и сумма всѣхъ угловъ равна будетъ тому

же количеству. Но сїе иному можетъ показаться сомнительно, что по проведенїи изъ точки C, напримѣръ четырехъ линѣй CA, CB, CD, CE, произойдутъ только три угла, а именно ACB, BCD и DCE, и такъ то несправедливо будетъ, что отъ проведенныхъ изъ одной точки линѣй дѣлается столько же угловъ, сколько и линѣй будетъ. Но при семъ надлежитъ разсудить, что и пространство ECA снаружи взятое, есть также уголъ, котораго мѣра есть дуга FHG: сїи углы хотя и не часто случаются, однакожъ они имѣютъ особливое названїе, и такой уголъ называется *уголъ горбатой angulus gibbus*, которой содержитъ въ себѣ больше 180°; и того ради онаго транспортиромъ (§ 19) вымѣрять не льзя, а пособить сему можно такимъ образомъ; вымѣряй только внутри взятой уголъ ECA, и найденные градусы и минуты вычти изъ 360°, то останется величина внѣшняго угла. Такъ напримѣръ, внутри взятой уголъ ECA есть въ 180°, 11′; сїе число вычти изъ 360°, что останется, то будетъ величина горбатаго угла FHG, которой есть въ 251°, 49′. Между прочимъ надлежитъ здѣсь еще и сїе примѣчать, что два или многїе другїе такїе углы, какъ ACB и BCD, которые общей верьхъ C, и общей бокъ CB имѣютъ, называются *смежные углы, anguli contigui*.

фиг: 28.

§ 23.

фиг: 29. **Когда прямая линѣя DE другую прямую линѣю AB насквозь прорѣзываетъ**

ваетъ въ точкѣ C ; то происходятъ отъ того четыре смежные угла , ACE , ACD , DCB и BCE. Изъ сихъ угловъ два ACE и DCB , да два же ACD и BCE , одинъ противъ другаго въ прямомъ положенїи находятся , и каждой изъ нихъ раждается отъ того , когда одного угла оба бока чрезъ верьхъ его продолжены будутъ ; и такїе два угла называются *вертикальные углы* , *anguli verticales* , и одинъ изъ нихъ бываетъ всегда другому равенъ.

Понеже обѣ линѣи AB и DE прорѣзываются между собою только въ одной точкѣ C (§ 9): то сїи четыре угла точку C имѣютъ за свой общеи верьхъ. Но когда въ разсужденїи прямыхъ линѣй AB и DE оба угла m и n, также оба угла n и o , суть между собою противулежащїе углы (§ 21) , то учинитъ m+n 180° , а n+o также 180° ; чего ради m+n=n+o ; но когда отъ двухъ равныхъ количествъ по равному же отъимется , то въ остаткѣ будетъ также равное , такъ когда отъимется здѣсь по обѣимъ сторонамъ уголъ n , то останется m=o , то есть оба вертикальные углы ACD и BCE суть между собою равны. Такимъ же образомъ доказывается равенство вертикальныхъ угловъ n и p. И такъ по сему слѣдуетъ, что всѣ вертикальные углы между собою равны бываютъ.

§ 24.

Понеже во всей Геометріи главнѣйшее дѣло состоитъ въ познаніи треугольниковъ: того ради и надлежитъ сперва объ оныхъ объявить. Треугольникъ есть поверьхность содержащаяся въ трехъ прямыхъ линѣяхъ, какъ напримѣръ поверьхность ABC. Въ каждомъ треугольникѣ находятся три *стороны* и три угла, а именно: стороны AB, BC, CA, напротивъ того углы A, B и C. Нижняя сторона AB, называется *основанїе*, *basis*. Въ разсужденіи сторонъ есть треугольникъ, либо *равносторонной*, *Triangulum aequilaterum*, *Isopleurum*, когда всѣ его стороны между собою равны: либо *равнобедренной*, *Triangulum aequicrurum*; *Isosceles*, когда въ немъ только двѣ стороны между собою равны, либо *разносторонной*; *Trangulum Scalenum*, ежели всѣ три стороны будутъ между собою не равныя. А въ разсужденіи угловъ треугольникъ бываетъ либо *прямоугольной*, *Triangulnm Rectangulnm*, *Orthogonium*, когда между его углами одинъ прямой находится; либо *тупоугольной*, *Triangulum obtusangulum*, *Amblygonium*, ежели между его углами одинъ тупой будетъ, либо *остроугольной*; *Triangulum acutangulum*, *Oxygonium*, когда

фиг: 30. фиг: 31. фиг: 32. фиг: 30. фиг: 33. фиг: 37.

когда всѣ три угла острые бываютъ. фиг: 30.
Въ прямоугольномъ треугольникѣ сверьхъ сего обѣ стороны СА и ВА прямой фиг: 33.
уголъ составляющія называются *катеты*, а сторона ВС, которая полагается противъ прямаго угла, именуется *ипотенуза*.

Треугольникъ есть самая перьвая поверьхность, которая изъ прямыхъ линѣй составлена быть можетъ, и слѣдовательно треугольникъ есть началомъ всѣхъ прочихъ прямолинѣйныхъ поверьхностей, которыя въ бóльшемъ числѣ, нежели въ трехъ линѣяхъ заключаются. Ибо *двѣ прямыя линѣи не могутъ ни какъ со всѣхъ сторонъ заключать какое нибудь пространство*, или здѣлать какую фигуру, потому что двѣ прямыя линѣи, не больше какъ только въ одной точкѣ прорѣзаться могутъ (§ 9). А понеже треугольники самыя первоначальныя фигуры, которыя изъ наименьшаго числа прямыхъ линѣй составлены быть могутъ; того ради и полагается въ Геометрїи начáло отъ ихъ разсужденїя, а потóмъ производится употребленїе въ изслѣдованїи свóйствъ всѣхъ прочихъ находящихся въ Геометрїи поверьхностей. Наипаче надлежитъ твердо знать слѣдующїя пять предложенїй касающїяся до свóйства треугольниковъ, потому что оныя во всѣхъ прочихъ доказательствахъ имѣютъ великую пользу.

§ 25.

Когда два треугольника ABC и abc фиг: 35.
находятся въ такомъ состоянїи, что въ и 36.

нихъ стороны АС и ас, также ВС и bс, притомъ же оба угла С и с, которые дѣлаются отъ помянутыхъ сторонъ, будутъ между собою равны: то можно безъ сомнѣнія заключить, что сіи треугольники и во всѣхъ прочихъ частяхъ между собою равны будутъ; то есть АВ сторонѣ аb, уголъ А углу а, и уголъ В углу b равны будутъ.

Для доказательства сего предложенія надлежитъ въ мысли себѣ представить, будто бы сперва точка С на точку с, а линѣя СА на линѣю са положены были; то явно есть, что точка А на точку а упасть долженствуютъ, потому что обѣ линѣи СА и са длиною равны. По семъ надлежитъ для равныхъ отверстій, которыя обѣ линѣи между собою дѣлаютъ, или для обоихъ равныхъ угловъ С и с, также и линѣѣ СВ точно лежать на линѣѣ сb, а точкѣ В упасть на точку b, потому что обѣ сіи линѣи СВ и сb положены между собою равныя. Но понеже между двумя данными точками а, А, b и В, изъ которыхъ одна на другой лежитъ, не больше, какъ только одна прямая линѣя аb, или АВ проведена быть можетъ (§ 8): то необходимо надлежитъ линѣѣ аb быть той же самой, что есть и линѣя АВ; такъ линѣя АВ равна линѣѣ аb, и оба треугольника между собою во всѣхъ частяхъ совершенно сходствуютъ, слѣдовательно надлежитъ быть и угламъ между собою равнымъ, а именно А и а, такожъ В и b.

§ 26.

§ 26.

Когда два треугольника ABC и abc находятся въ такомъ состоянїи, что въ нихъ стороны AC и ac, такожъ CB и cb, и притомъ AB и ab, между собою равны будутъ; то можно безъ сомнѣнїя заключить, что оба такїе треугольника и въ прочихъ частяхъ между собою равны будутъ, то есть уголъ A углу a, уголъ B углу b, и уголъ C углу c. Фиг: 37 и 38.

Представимъ себѣ опять въ умѣ, будто бы линѣя AB положена была на ab, но понеже онѣ между собою равны, то одна другую совершенно закроетъ. Потомъ ежели изъ центровъ a и b начертятся двѣ дуги DE и GF, то явно есть, что для взаимнаго равенства линѣй AC и ac, также BC и bc при положенїи сихъ треугольниковъ одного на другой треугольникъ, линѣя AC на нѣкоторую точку дуги DE, а линѣя BC на нѣкоторую же точку дуги FG упасть долженствуютъ (§ 10.); и ежели бы точка C линѣи AC на D, а точка C линѣи BC на G упали: то бы слѣдовало по сему, что треугольникъ ABC въ точкѣ C не замыкался. Но понеже оной въ семъ мѣстѣ заключается; то должно точкамъ D и G упасть на одну точку c, которая обѣимъ дугамъ DE и FG есть общая, гдѣ обѣ линѣи AC и ac, такожъ BC и bc, прежнюю свою длину удерживаютъ, и вмѣстѣ въ c смыкаются. Такъ сїи оба треугольника одинъ на другой положенные совершенно себя закрываютъ,

ваютъ, слѣдовательно уголъ A углу a, уголъ B углу b, и уголъ C углу c равны будутъ.

§ 27.

фиг: 39. и 40. Когда два треугольника ABC и abc находятся въ такомъ состоянїи, что они уголъ A углу a, уголъ B углу b, и притомъ находящїяся между сими углами стороны AB и ab между собою равныя имѣютъ: то по сему безъ сомнѣнїя опять заключить можно, что оба такїе треугольники во всѣхъ прочихъ частяхъ между собою равны будутъ; то есть AC=ac, BC=bc и C=c.

Положимъ, что сему статься не возможно; но будто линѣя AC, когда AB положится на ab, есть меньше линѣи ac, и простирается только до D, то проведемъ линѣю Db, и тогда уголъ abD долженъ быть равенъ углу ABC, то есть углу abc. Но явно есть, что какъ только точка D, хотя мало къ a подвинется, то уголъ abD въ тожъ самое время будетъ меньше угла abc, и того ради никоимъ образомъ не можно быть имъ равнымъ; чего ради, когда примется, что AC меньше ac, то слѣдуетъ изъ того нестатное дѣло; и того ради AC не можетъ быть меньше ac. Тожъ самое слѣдуетъ, когда положится, что AC больше нежели ac; того ради надлежитъ, чтобъ AC была равна линѣѣ ac, а когда AC равна ac:

то

то должно и прочимъ частямъ въ обоихъ треугольникахъ между собою быть равнымъ, а именно BC и bc, C и c. По силѣ сего предложенія въ древнія времена доказалъ сперва одинъ изъ Греческихъ мудрецовъ Талесъ, родомъ изъ Милеты, *какимъ образомъ разстояніе отъ берегу находящагося на морѣ корабля A найти можно?* Надлежитъ воткнуть два кола D и B такъ, чтобъ они въ прямой линѣѣ съ точкою A корабля стояли (§ 6), и по нимъ назначить на земли прямую линѣю EBD; а какъ сіе учинится, то надобно на точкѣ B по астролябіи (§ 19) поставить прямой уголъ DBC, а потомъ еще здѣлать уголъ BCD равной углу BCA; то назначенная на земли прямая линѣя CD прежнюю линею EBD въ точкѣ D разрѣжетъ, и линѣя BD, которую смѣрять можно, линѣѣ BA, которую вымѣрять не можно, равна будетъ. Ибо, когда въ разсужденіе возмутся сіи оба треугольника CBD и CBA; то видно, что оба угла ABC и DBC прямые (§ 20); и равнымъ образомъ оба угла BCA, BCD, нарочно такъ здѣланные, суть между собою равны же; да сверьхъ сего находящаяся между ими сторона BC, въ перьвомъ треугольникѣ равна той же самой сторонѣ въ другомъ треугольникѣ, то есть, себѣ самой равна; то по силѣ сего предложенія безъ сомнѣнія можно заключить, что оба треугольника ABC и DBC, и въ прочихъ частяхъ между собою равны будутъ; слѣдовательно также сторона BA равна сторонѣ BD. И хотя оную дѣйствительно вымѣрять не льзя, однакожъ величину ея найти можно, ежели только вымѣ-

фиг: 41.

вымѣрена будетъ линѣя BD. Такъ здѣсь тепер сообщенъ примѣръ тому, о чѣмъ выше (§ 1) ужé объявлено было, а именно: что такія протяженія, которыхъ дѣйствително вымѣрять не льзя, по сравненію съ оными другихъ количествъ, которыя смѣрять можно, находить надлежитъ.

§ 28.

фиг: 42. и 43. Когда въ двухъ треугольникахъ ABC и abc находятся такія обстоятельства, что въ нихъ уголъ A углу a, уголъ B углу b, и одному изъ сихъ угловъ противу положенная сторона AC сторонѣ ac, или сторона BC сторонѣ bc, равны будутъ, то сіи треугольники такожъ во всѣхъ прочихъ частяхъ между собою равны будутъ.

Надлежитъ опять себѣ въ умѣ представить, будто бы треугольникъ ABC былъ положенъ на треугольникъ abc; то стороны AC и ac, потому что онѣ длиною равны, взаимно себя закроютъ. равнымъ образомъ и оба угла A и a по ихъ равенству взаимно себя закроютъ же; а ежели бы линѣя AB не покрывала линѣи ab, но например была бы меньше, и простиралась бы только до D, то надлежало бы линѣѣ BC упасть на Dc, и такъ бы углы B и b, которые величиною равны, взаимно себя не закрыли же, чему не льзя статься. Тожъ самое будетъ, ежели положится линѣя AB больше линѣи ab, и что

она

она простирается за b ; чего ради необходимо должно, чтобъ AB и ab между собою равны были. А какъ сїе получится, то слѣдуетъ изъ того, что и прочїя части сихъ обоихъ треугольниковъ между собою также равны будутъ (§ 25). Такимъ же образомъ доказывается, когда положатся линѣи BC и bc между собою равныя; то и въ семъ случаѣ оба треугольника во всѣхъ частяхъ между собою равны бываютъ.

§ 29.

Когда въ двухъ треугольникахъ ABC и abc будутъ такїя обстоятельства, что въ оныхъ двѣ стороны съ однимъ противу сихъ сторонъ лежащимъ угломъ между собою равны будутъ, то есть сторона AC равна сторонѣ ac, сторона CB равна сторонѣ cb, и притомъ уголъ A равенъ углу a; то посему не можно заключить, чтобъ такїе оба треугольника и во всѣхъ частяхъ между собою равны были. Фиг: 44. и 45.

Понеже явно есть, что когда треугольникъ abc положится на треугольникъ ABC, то углы A и a, также и линѣи AC и ac взаимно себя хотя и покроютъ, и линѣя cb съ линѣею CB равную длину имѣетъ; однакожъ на линѣю CB точно не упадаетъ, но въ положенїи CD остаться можетъ, такъ въ семъ случаѣ треугольники взаимно себя не закрываютъ, и того ради они между собою неравны. Ежели же будутъ такїя обстоятельства, что сверьхъ вышепомянутыхъ

частей, либо уголъ C будетъ равенъ углу c, либо иная какая часть будетъ равна другой; то и цѣлые треугольники также между собою равны будутъ. Но съ такими обстоятельствами находящїеся треугольники сходствуютъ съ вышеп(ка)занными треугольниками, и доказываются вышеобъявленнымъ же образомъ. По семъ, понеже легко доказать можно, что оба треугольника ACB и acb между собою равны, хотя въ оныхъ находятся такїя обстоятельства, какъ въ семъ предложенїи объявлено; то явствуетъ посему, и безъ всякаго сомнѣнїя заключить можно, что сїи тре-
фиг: 17. угольники между собою равны, ежели сверхъ вышепомянутыхъ обстоятельствъ еще и о лежащемъ въ обоихъ треугольникахъ противъ одной стороны углѣ вѣдомо, тупой ли онъ или острой. Но извѣстно есть, что сїи углы въ обоихъ треугольникахъ одинакаго званїя, то въ рассужденїи сего и оба треугольника между собою равны будутъ. Смотри о семъ ниже въ § 42. и 48, а теперь время приступить къ показанїю, какимъ образомъ должно чертить всякїе треугольники на бумагѣ, къ чему служатъ слѣдующїя задачи.

§ 30.

Начертить на бумагѣ уголъ такой, которой бы величиною данному углу былъ равенъ.

фиг: 46. 47. Положимъ данной уголъ BAC, которому другой величиною равной EDG надлежитъ здѣлать. Проведи изъ центра A по изволенїю взятымъ циркула растворенїемъ между обоими

боками

боками даннаго угла, дугу BC; тѣмже раствореніемъ циркула начерти на новопроведенной линѣѣ DE, изъ центра D, дугу EF: потомъ смѣряй циркуломъ длину хорды BC, и перенеси оную изъ E на G, то, когда проведется линѣя DG, уголъ EDG будетъ равенъ данному углу BAC. Понеже AC, AB, DG и DE одинакимъ раствореніемъ циркула отрѣзаны; то онѣ жѣмду собою равны; также линѣя EG линѣѣ BC здѣлана равна, того ради треугольники CAB и GDE между собою равны (§ 26), слѣдовательно уголъ A углу D также равенъ. *Ежели же заданъ будетъ уголъ въ числахъ, то есть въ градусахъ или минутахъ, то можно такую задачу по транспортиру здѣлать также* какъ выше (§ 19) показано было. При размѣреніи полей задача сія часто случается, и оную весьма способно рѣшить можно, ежели притомъ есть астролябія, по которой данной уголъ вымѣряется, а потомъ по наведенію неподвижныхъ мишеней колья поставятся. А ежели кто хочетъ въ семъ поступить безъ астролябіи, то надлежитъ въ равномъ расстояніи отъ A вбить два кола B и C на бокахъ даннаго угла, и расстояніе BC между обоими колами вымѣрять; по семъ въ равномъ же расстояніи съ AB должно вбить два кола D и E, а третей колъ G воткнуть такъ, чтобъ чрезъ то DG равна DE, а GE равна BC была, что весьма способно здѣлать можно долгимъ шнуромъ, когда на немъ длины DE и BC узлами замѣчены будутъ. О такихъ происходящихъ на полѣ дѣйствіяхъ вообще примѣчать должно, что оныхъ здѣсь

 кратко

кратко описать невозможно, и что имѣя доволь-ное знанїе въ теорїи, по надлежащему показанїю знающаго геодезиста, все сїе легко перенять можно, ежели кто на то положиться хочетъ.

§ 31.

фиг: 48. Начертить треугольникъ изъ данныхъ двухъ линѣй, AB, AC, съ угломъ EAD, такъ чтобъ сей уголъ содержался между данными двумя линѣями.

Чтобъ сїе учинить, то надлежитъ только между точками B и C провесть прямую линѣю, и такимъ образомъ требуемой треугольникъ ABC начертится. А когда сей треугольникъ должно начертить особливо, то длину AB перенеси на особливо проведенную линѣю, и на оной по-ставь данной уголъ BAC (§ 30), и здѣлай второй его бокъ ровной линѣѣ AC; и когда между точками B и C проведется прямая линѣя, то такимъ образомъ такожъ начертится требуе-мой треугольникъ ABC. Ежели кто похочетъ какъ въ сей, такъ и въ прочихъ подобныхъ сему задачахъ имѣть болѣе упражненїя, то можно уголъ задать въ градусахъ и въ минутахъ, а дан-ной линѣѣ положить мѣру въ футахъ и въ дюй-махъ, и все по данной мѣрѣ дѣлать, то такимъ образомъ требуемая фигура начерчена будетъ.

§ 32.

фиг: 49. На данной какой нибудь прямой линѣѣ AB, здѣлать равносторонной треуголь-никъ.

Смѣряй циркуломъ длину линѣи AB, и тѣм-же растворенїемъ циркула изъ центра A проведи

дугу

дугу DE, а изъ центра B дугу FG, которыя прорѣжутся между собою въ C; а какъ сїе учинится, то для полученїя требуемаго равносторонняго треугольника ABC надлежитъ только провесть линѣи AC и BC. Понеже линѣи AC и BC суть радїусы двухъ круговъ одинакимъ растворенїемъ циркула описанныхъ: то можно оныя почесть за радїусы одного круга, и того ради они между собою равны (§ 10); а понеже AC взята равна линѣѣ AB: то также и BC равна линѣѣ AB, и слѣдовательно всѣ три стороны между собою равны, чего ради ABC есть треугольникъ равносторонной. Посему довольно видно, что такимъ же образомъ *на линѣѣ AB и равнобедренной треугольникъ здѣлать можно*, ежели только длина линѣи AC возмется или больше или меньше длины AB; однакожъ съ такимъ разсмотрѣнїемъ, чтобъ обѣ дуги DE и FG между собою прорѣзывалися, о чемъ ниже (§ 39) яснѣе показано будетъ.

§ 33.

Въ равнобедренномъ треугольникѣ ABC находящїеся на его основанїи AB углы CAB и CBA всегда бываютъ между собою равны. фиг: 50.

Надлежитъ продолжить по изволенїю стороны CA и CB, такъ чтобъ CD и CE между собою равны были, и провесть линѣи EA и BD, то произойдутъ отъ того два треугольника EAC и DBC, въ которыхъ уголъ C есть обоимъ общей, сторона BC равна сторонѣ AC, а сторона DC равна сторонѣ EC; что яснѣе видѣть

можно, когда оба треугольника DBC и EAC каждой особѣ начертятся. По силѣ сего помянутые треугольники DBC и EAC въ прочихъ своихъ частяхъ между собою равны будутъ (§ 25), а именно уголъ EAC будетъ равенъ углу DBC; AE равна BD, и еще сверьхъ сего уголъ D равенъ углу E. Теперь рассмотримъ также и треугольники BAD и ABE, то найдется, что въ нихъ сторона AB есть обоимъ общая, то есть равна въ обоихъ треугольникахъ, такожъ сторона AE равна линѣѣ BD, а уголъ D равенъ углу E, какъ ужѐ доказано; такъ сїи оба треугольника и въ прочихъ частяхъ также между собою равны (§ 29); и слѣдовательно ABD$=$EAB. но когда отъ равныхъ количествъ DBC и EAC отымутся равныя же количества ABD и EAB: то остатки будутъ между собою равны; но понеже съ одной стороны въ остаткѣ находится уголъ ABC, а съ другой уголъ CAB; то симъ угламъ необходимо надлежитъ быть между собою равнымъ; теперь посему явствуетъ, *что въ равносторонномъ треугольникѣ всѣ три угла между собою равные быть долженствуютъ*. Ибо когда
фиг: 49. возмется линѣя AB за основанїе, то треугольникъ ACB можно почесть за треугольникъ равнобедренной, и такъ m$=$n; а ежели оборотивши треугольникъ положится за основанїе его линѣя BC, то треугольникъ BAC будетъ также какъ треугольникъ равнобедренной, и слѣдовательно n$=$p, или p$=$m; такъ всѣ три угла одинъ другому должны быть равны, а сколько такой уголъ содержитъ въ себѣ градусовъ, то о томъ (§ 51) показано будетъ ниже.

§ 34.

§ 34.

Данной уголъ BAC раздѣлить на двѣ равныя части BAK и CAK. фиг: 51.

Изъ точки A отрѣжь по изволенїю одинакой величины линѣи AD и AE, потомъ проведи изъ центровъ D и E по изволенїю взятымъ циркула растворенїемъ дуги FG и HI, которыя прорѣжутся въ K, и когда проведется линѣя AK, то оная данной уголъ раздѣлитъ на два равной величины угла. Ибо когда проведутся линѣи DK и EK, то будутъ онѣ между собою равны, потому что одинакимъ растворенїемъ циркула здѣланы, да сверхъ того AD=AE, а AK обоимъ есть общая, такъ оба треугольника ADK и AEK между собою равны (§ 26), слѣдовательно уголъ BAK равенъ углу CAK. А понеже части CAK и BAK можно по вышеписанному же образу еще дѣлить на столько равныхъ частей, на сколько потребно; то по сей задачѣ слѣдуетъ, *какимъ образомъ уголъ на* 4, 8, 16, 32, *и прочая равныхъ частей дѣлить можно.* А какъ надобно раздѣлить уголъ на 3, или на иныя съ прежде-показанными несходныя части, то циркуломъ и линѣйкою или посредствомъ круговой и прямой линѣй сего учинить не можно, и такъ сїя задача не надлежитъ до сей простой, но до вышшей Геометрїи (§ 6). А ежели между B и C за короткостїю мѣста дугъ начертить не гдѣ будетъ, то проведи изъ обѣихъ точекъ D и E дуги L и M, и чрезъ прорѣзательную точку N начерти линѣю NAK.

§ 35.

фиг: 52. Данную прямую линѣю AB раздѣлить на двѣ равныя части AC и CB.

Изъ центра A начерти по изволенїю взятымъ циркула растворенїемъ внизу и вверху надъ данною линѣею дуги FG и HI; потомъ начерти тѣмже циркула растворенїемъ изъ центра B дуги ED и KL, которыя прежнїя дуги въ точкахъ M и N прорѣжутъ; чрезъ сїи два пункта M и N проведи линѣю MN, которая данную линѣю разрѣжетъ въ C пополамъ. Ибо когда сперва рассмотримъ мы треугольники NAM и NBM, то въ нихъ AM=BM, AN=BN, а MN обоимъ общая; такъ сїи оба треугольника между собою равны (§ 26), и слѣдовательно уголъ AMC равенъ углу BMC. А когда изслѣдуемъ также оба треугольника AMC и BMC, то найдемъ и въ нихъ, что AM=BM, и слѣдовательно MAC=MBC (§ 33), такожъ и AMC=BMC; того ради и сїи треугольники между собою равны (§ 27); и такъ AC=CB. Но иному покажется, что сїе можно доказать короче слѣдующимъ образомъ: а именно, что оба треугольника AMC и BMC имѣютъ AM=BM, MAC=MBC, и сторону MC общую; такъ они во всемъ между собою равны, и слѣдовательно AC=BC. Но выше (§ 29) ужѐ доказано, что когда два треугольника двѣ стороны съ угломъ между собою равныя имѣютъ, то потому не можно произвесть равенство цѣлыхъ треугольниковъ; и того ради сїе послѣднее доказательство не годится. Данную прямую линѣю на двѣ равныя части можно раздѣ-

лить

лить еще и такимъ образомъ, когда одна ножка циркула поставится сперьва въ точкѣ A, а самой циркулъ раздвинется до Z, не доступая на нѣсколько до средины C; а потомъ перенесется съ тѣмже растворенiемъ съ B до X; то посемъ средину между Z и X по одному взгляду легко сыскать можно въ C. Но понеже сiе рѣшенiе не утверждается ни на какомъ основанiи, а дѣлается только однимъ глазомѣромъ; то какъ сiе, такъ и прочiя сему подобныя рѣшенiя, не *Геометрическимъ*, но *Механическимъ* рѣшенiемъ называются. На полѣ прямая линѣя раздѣляется по поламъ такъ: отъ одного ея конца къ другому протягивается веревка, потомъ оная обоими концами, которые прежде на обѣихъ крайнихъ точкахъ линѣи лежали, вмѣстѣ складывается равно, и посемъ на згибѣ сложенной такимъ образомъ веревки полагается какой нибудь знакъ, напримѣръ втыкается булавка, и когда веревка по длинѣ данной линѣи опять протянута будетъ, то на оной линѣѣ средина покажется. Напослѣдокъ ежели подъ линѣею AB для начерченiя дугъ въ прорѣзѣ N никакого мѣста не будетъ; то въ такомъ случаѣ оныя надлежитъ проводить небольшимъ циркула растворенiемъ, сверхъ линѣи въ прорѣзѣ O, какъ наприм: BM, а потомъ провесть линею MOC.

§ 36.

Изъ точки C на данной прямой линѣѣ AB провесть другую линѣю CO, которая бы на линѣѣ AB перпендикулярно стояла. фиг: 53.

Изъ точки C по обѣ стороны отрѣжь по изволенiю двѣ равныя линѣи CD и CE; изъ прорѣза-

рѣзательныхъ точекъ D и E начерти по изволенїю взятымъ циркула раствореніемъ дуги HI и FG, которыя прорѣжутся въ O, потомъ проведи линѣю OC, то оная на линѣѣ AB перпендикулярно стоять будетъ. Ибо когда проведутся линѣи DO и EO, то произойдутъ отъ того два треугольника DOC и EOC, въ которыхъ CO обоимъ общая DO=EO, а CD=CE здѣлана; такъ сїи оба треугольника и въ прочихъ частяхъ между собою равны, слѣдовательно уголъ OCD равенъ углу OCE, или каждой изъ нихъ есть прямой уголъ (§ 20); и того ради OC на линѣѣ AB стоитъ прямоугольно или перпендикулярно; а ежели продолжится линѣя OC по изволенїю до K, то говорится, что обѣ линѣи AB и OK *прорѣзываются между собою прямоугольно.* Сїю задачу можно рѣшить по нѣкоторому Геометрическому инструменту, которой состоитъ изъ двухъ находящихся подъ
фиг: 54. прямымъ угломъ линѣекъ AB и BC, которыя здѣланы либо изъ мѣди, либо изъ дерева, либо изъ другой какой нибудь твердой матерїи, и такой инструментъ называется *наугольникъ Cnomon, Norma*; и какъ Витрувїй въ книг: IX въ главѣ 2 пишетъ, что оной изобрѣтенъ Пиѳагоромъ. Сей инструментъ полагается его угломъ B на данную точку C, а сторона BC точно на данную линѣю CB, а потомъ проводится по обрѣзу BA изъ данной точки перпендикулярная линѣя CO. Сїе можно учинить также и по транспортиру; понеже прямой уголъ имѣетъ 90° (§ 20), то надлежитъ изъ точки C только прочертить

линѣю

линѣю CO, которая съ данною линѣею CB здѣлаетъ уголъ въ 90 градусовъ. Можно за нужду также и изъ бумаги наугольникъ здѣлать; ибо надлежитъ только листокъ бумаги согнуть плотно, чтобъ згибъ на оной ясно вышелъ, потомъ такой согнутой листокъ отъ правой руки къ лѣвой должно еще согнуть такъ, чтобъ одинъ згибъ на другомъ равно лежалъ; то такимъ образомъ здѣлается точной прямой уголъ. На полѣ проводится вертикальная линѣя CO, либо побольшому наугольнику, либо поастролябіи, которою назначается уголъ въ 90 градусовъ, либо раздѣленною на двѣ равныя части веревкою DOE, фиг: 53. которой оба конца надлежитъ утвердить въ двухъ мѣстахъ D и E въ равномъ разстояніи отъ точки C, а потомъ взявши при точкѣ O, гдѣ означена половина веревки, должно оную натянуть крѣпко наподобіе равнобедреннаго треугольника DOE; то изъ O проведенная къ точкѣ C линѣя будетъ перпендикулярная линѣя.

§ 37.

Изъ данной точки F внѣ данной линѣи AB опустить на оную перпендикулярную линѣю FC; или изъ точки C, на данную линѣю AB опустить перпендикулъ. фиг: 55.

По изволенію взятымъ циркула раствореніемъ начерти изъ центра F дугу DGE, которая бы данную линѣю прорѣзывала въ точкахъ D и E; потомъ раздѣли длину DE пополамъ (§ 35) въ точкѣ C, и проведи линѣю FC, которая будетъ

искомая

искомая линѣя. Ибо когда проведутся двѣ линѣи DF и EF, то произойдутъ два треугольника DFC и EFC, въ которыхъ CD=CE, DF=EF, а FC обоимъ общая; такъ сїи оба треугольника будутъ во всѣхъ частяхъ между собою равны (§ 26), слѣдовательно DCF=ECF, и такъ FC на линѣѣ AB стоитъ перпендикулярно. Можно сїю задачу такожъ рѣшить и по наугольнику или по транспортиру. На полѣ проводится такая линѣя также по большому наугольнику, или по остролябїи. Можно также укрѣпить веревку въ точкѣ F, и однимъ ея концомъ на данной линѣѣ AB зделать знаки въ двухъ мѣстахъ E и D, въ равномъ отъ F разстоянїи, а потомъ DE разделить пополамъ въ C (§ 35), то проведенная линѣя изъ точки F къ C будетъ перпендикулярна къ линѣѣ AB.

§ 38.

Во всякомъ треугольникѣ большему углу также большая сторона противополагается.

Ибо явно есть, что во всякомъ треугольникѣ стороны угламъ противополагаются; и здѣсь
фиг:56. доказать надлежитъ, что въ треугольникѣ ABC, потому что уголъ ABC больше угла BAC, также и противоположенная первому углу сторона AC есть больше стороны BC, которая лежитъ противъ другаго угла. Но чтобъ сїе показать яснѣе, то надлежитъ въ большемъ углу ABC зделать другой уголъ ABD, меньшему равной (§ 30), то ADB будетъ треугольникъ равнобедренной (§ 33). Теперь надлежитъ

лежитъ въ умѣ представить, будто бы BD около точки B въ сторону BC движенїе имѣла, то явно есть, что наималѣйшее движенїе происходящее около точки B сторону AD тотчасъ увеличитъ; и отъ того же самаго движенїя въ тожъ мгновенїе ока также и уголъ ABD здѣлается большимъ. Такъ когда уголъ ABD бываетъ больше, тогда и сторона AD бываетъ больше же, и слѣдовательно большему углу также всегда большая сторона противополагается.

§ 39.

Во всякомъ треугольникѣ ABC двѣ которыя нибудь стороны AC и CB вмѣстѣ бываютъ больше одной третьей AB фиг: 57.

буде продолжится сторона AC до D, такъ чтобъ CD равна была CB; то произойдетъ новой треугольникъ ADB Но понеже въ треугольникѣ BCD стороны CD и CB между собою равны, то CBD=CDB (§ 33), и такъ уголъ ABD больше угла ADB, потому что разность его есть ABC. А понеже въ треугольникѣ большему углу также большая сторона противополагается (§ 38), то необходимо должно сторонѣ AD быть больше стороны AB; но AD= AC+CB, по начерченному такимъ образомъ треугольнику BCD; и такъ AC+CB есть больше нежели AB. Такимъ же образомъ доказательство производится и тогда, когда возмутся другїя двѣ стороны треугольника ABC; такъ видно по сему, что во всякомъ треугольникѣ двѣ

которыя

которыя нибудь вмѣстѣ взятыя стороны всегда бываютъ больше одной третьей.

§ 40.

фиг: 58. Изъ данныхъ трехъ линѣй AB, CD и EF начертить треугольникъ ELF.

Для учиненія сего во основаніе треугольника возьми которую нибудь изъ данныхъ линѣй одну, напримѣръ EF; потомъ смѣряй циркуломъ величину другой изъ прочихъ двухъ линѣй, напримѣръ CD, и симъ раствореніемъ начерти изъ E дугу GH; напослѣдокъ возьми циркуломъ величину третьей линѣи AB, и тѣмъ раствореніемъ начерти изъ центра F дугу IK, то обѣ сіи дуги прорѣжутся въ точкѣ L; и когда проведутся линѣи EL и FL: то требуемой треугольникъ здѣланъ будетъ. Но прежде приступленія къ начерченію треугольника, надлежитъ разсматривать, будутъ ли взятыя порознь изъ данныхъ каждыя двѣ линѣи вмѣстѣ больше одной третьей; ибо ежели сего такъ не будетъ, то изъ данныхъ линѣй треугольника начертить ни какъ не можно (§ 39), и двѣ дуги GH и IK между собою не прорѣжутся.

§ 41

фиг: 59. Прямая линѣя AB, которая отъ точки A къ точкѣ B проведена быть можетъ, есть изъ всѣхъ кратчайшая.

Выше (§ 8) уже́ упомянуто было, что чрезъ двѣ данныя точки A и B только одну прямую линѣю, а кривыхъ бесконечное множество провесть можно; и что сія прямая линѣя AB между всѣми прочими есть кратчайшая, которыя отъ точки A къ B проведены быть могутъ.

могутъ. Положимъ, что отъ точки A къ B проведена кривая линѣя ADCB, то начертимъ въ ней хорды AC и CB, которыя бы съ прямою линѣею AB здѣлали треугольникъ ACB; по сему явно есть, что AC+CB есть больше, нежели AB (§ 39). И буде проведутся еще другїя хорды AD и DC, то также AD+DC будетъ больше AC, но понеже AC+CB, и прежде было больше AB, то AD+DC+CB, всемѣрно будетъ больше, нежели AB. Сїе доказательство можно продолжать далѣе, и всегда найдется тоже, какъ бы хорды малы взяты ни были; такъ напослѣдокъ слѣдуетъ, что вся кривая линѣя ADCB долженствуетъ быть больше прямой линѣи AB. Но понеже сїе и до всѣхъ прочихъ кривыхъ линѣй, которыя чрезъ точки A и B провесть можно, касается; то явно есть, что прямая линѣя AB есть кратчайшая изъ всѣхъ другихъ, которыя чрезъ точки A и B проведены быть могутъ. Когда о дальности или о разстоянїи двухъ мѣстъ говорится, то по натуральному разсужденїю слѣдуетъ, что ту надлежитъ разумѣть самую кратчайшую линѣю, которая отъ одной точки къ другой проведена быть можетъ; ибо между двумя точками также можно провесть безконечное множество такихъ линѣй, которыя долѣе кратчайшей линѣи (§ 8), то не было бы никакой причины, для чего наипаче къ тому сїю, а не другую какую линѣю взять надлежитъ. И потому разстоянїе двухъ между собою точекъ называется та линѣя, которая между ими есть самая краткая. А когда между каждыми двумя точками прямая линѣя есть

кратчай-

кратчайшая; *то разстоянїе двухъ между собою точекъ есть прямая линѣя, которую отъ одной точки къ другой провесть можно.* По сему такожъ и то явствуетъ, *что всѣ находящїяся на окружности круга точки равно отстоятъ отъ центра*, для того что радїусы, яко расстоянїя помянутыхъ двухъ точекъ, бываютъ между собою всегда равны (§ 10). По сему основанїю описалъ Архимедъ прямую линѣю такъ, *что она есть кратчайшая линѣя, которая между двумя точками проведена быть можетъ*; изъ чего вышепоказанное (§ 39) предложенїе само собою слѣдуетъ.

§ 42.

фиг: 60. Когда въ треугольникѣ ABC сторона AB до F продолжится; то внѣшней уголъ CBF, всегда бываетъ больше каждаго внутренняго противъ его лежащаго угла BCA, или BAC.

Когда раздѣлится сторона BC пополамъ въ D (§ 35), и проведется линѣя ADE, такъ чтобъ AD=DE, то въ обѣихъ треугольникахъ ACD и BDE будетъ CD=BD, AD=DE, и CDA=EDB (§ 23), такъ сїи оба треугольника будутъ въ прочихъ частяхъ между собою равны (§ 25), слѣдовательно ACD=DBE. Но CBF больше нежели DBE, и такъ CBF также больше ACD или ACB. Потомъ буде раздѣлится линѣя AB пополамъ въ точкѣ D, и проведется опять линѣя CDE, такъ чтобъ CD=DE, тогда въ обоихъ треугольникахъ ADC и BDE будетъ AD=DB, CD=DE, и ADC

и ADC=BDE (§ 23); слѣдовательно такїе оба треугольника ADC и BDE и въ прочихъ частяхъ между собою равны будутъ (§ 25); и такъ CAD=DBE=GBF (§ 23). А понеже CBF опять больше нежели GBF или DBE: то CBF также больше CAD или CAB. По сему теперь слѣдуетъ, *что въ прямоугольномъ треугольникѣ прочїе два угла острые быть долженствуютъ.* Ибо положимъ, что ABC есть прямой уголъ, то и CBF также прямой будетъ (§ 20); но сей уголъ больше нежели BAC или ACB, то каждой изъ сихъ обоихъ долженъ быть меньше прямаго, слѣдовательно они оба суть острые углы (§ 20).

§ 43.

Кратчайшая линѣя, которая изъ данной точки C на данную линѣю AB опущена быть можетъ, есть перпендикулярная линѣя CD проведенная изъ точки C на линѣю AB (§ 37). фиг: 61.

Понеже линѣя CD на линѣѣ AB стоитъ перпендикулярно, то уголъ CDB есть въ 90 градусовъ (§ 20). Положимъ такъ, будто кромѣ линѣи CD есть другая проведенная отъ точки C на E кратчайшая линѣя CE, то уголъ CEB будетъ больше угла CDB (§ 42). Положимъ напримѣръ, что уголъ CEB имѣетъ 91 градусъ, то CED будетъ въ 89 градусовъ (§ 11), и такъ меньше нежели CDB; и слѣдовательно CD также меньше CE (§ 38). Тожъ самое можно сказать о каждой другой линѣѣ, которая проведется кромѣ линѣи CD; такъ линѣя CD

 есть

есть кратчайшая линѣя, которая изъ точки C на линѣю AB проведена быть можетъ; и посилѣ сего *разстоянїе точки отъ линѣи есть перпендикулярная линѣя, которая изъ той точки на данную линѣю проведена будетъ* (§ 37).

§ 44.

фиг: 62. Изъ данныхъ двухъ линѣй BC и DE съ угломъ A, начертить треугольникъ FGK, такъ чтобъ помянутыя линѣи были онаго треугольника стороны, а данной бы уголъ A противъ одной которой нибудь изъ сихъ сторонъ находился.

Возьми одну изъ данныхъ линѣй BC, и перенеси оную на FG; изъ F здѣлай уголъ LFG равной данному углу A (§ 30), потомъ величиною DE изъ точки G начерти дугу HI, и проведи изъ K гдѣ сїя дуга линѣю FL прорѣзываетъ линѣю KG; то такимъ образомъ требуемой треугольникъ начертится. А ежели бы случилось, что раствоненїемъ DE прорѣзу въ FL здѣлать не можно было; то изъ данныхъ частей и треугольника здѣлать неможно. По большой части бываетъ, что раствоненїемъ DE проведенная линѣя FL не только въ одномъ, но и въ двухъ мѣстахъ, а именно въ K и O прорѣзаться можетъ; того ради изъ помянутыхъ данныхъ частей обыкновенно здѣлать можно два треугольника FKG и FOG, что сходствуетъ съ тѣмъ, о чемъ уже выше объявлено было (§ 29).

§ 45.

фиг: 63. Изъ данныхъ двухъ угловъ CAB и DBA съ линѣею EF начертить треугольникъ, такъ

такъ чтобъ данная линѣя EF находилась между обоими данными углами.

Начерти линѣю GH равную данной линѣѣ EF, и здѣлай уголъ IGH равной одному, а уголъ KHG равной другому изъ данныхъ угловъ (§ 30); то обѣ сїи новопроведенныя линѣи GI и HG прорѣжутся въ точкѣ L, и такъ требуемой треугольникъ здѣланъ будетъ. А ежели бы двѣ сїи линѣи GI и HG между собою не прорѣзывалися; то бы изъ помянутыхъ данныхъ частей и треугольника здѣлать неможно было.

§ 46.

Когда на поверьхности проведутся двѣ линѣи AB и CD, такъ что онѣ, какъ бы далеко продолжены ни были, нигдѣ съ собою не сойдутся, то такїя двѣ линѣи называются *равноотстоящїя между собою линѣи*, *или параллельныя линѣи*, *Lineae Parallelae*. фиг: 64.

При проведенїи на поверьхности двухъ линѣй могутъ произойти два случая, а имянно: когда линѣи продолжатся, то оныя либо гдѣ нибудь между собою соединяются, либо нигдѣ не соединяются. Въ первомъ случаѣ называются такїя линѣи *зближивающїяся линѣи*, *Lineae Conuergentes*, или, буде по склоненїю ихъ отъ той точки, гдѣ онѣ между собою соединяются, разсуждать, то именуются *расходящїяся линѣи*, *Lineae Diuergentes*; и отъ сего происходятъ углы, о которыхъ ужѐ выше протолковано. А въ семъ случаѣ происходятъ параллельныя линѣи, о которыхъ мы теперь разсуждать будемъ.

§ 47.

Когда изъ взятыхъ по изволенію точекъ H, I, K, на одной изъ двухъ параллельныя линѣи опустятся перпендикулярныя линѣи HE, IF, и KG, которыя бы простирались и до другой параллельной линѣи; то всѣ такія перпендикулярныя линѣи всегда бываютъ между собою равны.

Понеже обѣ линѣи AB и CD между собою параллельны, то какъ бы онѣ далеко продолжены ни были, соединиться между собою ни гдѣ не могутъ (§ 46); по сему слѣдуетъ, что онѣ во всѣхъ своихъ точкахъ вездѣ одинакое разстояніе имѣть должны, а разстояніе точекъ E, F, G, отъ линѣи CD, суть опущенныя изъ сихъ точекъ, перпендикулярныя линѣи EH, FI, GK (§ 43); того ради необходимо надлежитъ симъ перпендикулярнымъ линѣямъ, гдѣ бы онѣ проведены ни были, быть между собою равнымъ.

§ 48.

фиг: 65. Когда двѣ параллельныя линѣи AB, CD, третьею линѣею EF разрѣзаны будутъ; то между происходящими отъ того углами, углы m и n, всегда между собою равны бываютъ.

Когда проведутся сперва изъ точки H на CD, а потомъ изъ точки I на AB двѣ перпендикулярныя линѣи HG и IK, то произойдутъ отъ того два прямоугольные треугольника IGH и IKH; въ нихъ GH = IK (§ 47), HKI = IKH,

а HI

а HI есть обоимъ общая. Но понеже при семъ извѣстно, что другой сторонѣ GI противоположенные углы оба одинакаго званія, а именно острые (§ 42); то можно по сему заключить, что треугольники HGI и IKH и въ прочихъ частяхъ между собою равны (§ 29), и слѣдовательно уголъ m равенъ углу n. Такіе два угла m и n, или также HID и AHI особливымъ именемъ называются *углы накрестъ*, *Anguli alterni*. По сему предложенію также явствуетъ, *что оба угла o и p бываютъ между собою равны*. Ибо o и m, углы вертикальные; и такъ o=m (§ 23). равнымъ образомъ p и n углы вертикальные же; и слѣдовательно p=n. Но понеже уже доказано, что m=n; то должно также быть o=p. По семъ еще слѣдуетъ, *что два угла EID и AHI между собою равны же*. Ибо m+EID=180° (§ 21); и равнымъ образомъ n+AHI=180°; слѣдовательно m+EID=n+AHI. А когда по обѣимъ сторонамъ равные углы m и n отъимутся; то останутся также равные углы EID и AHI.

§ 49.

Когда двѣ линѣи третьей бываютъ параллельны, то обѣ будутъ также и между собою параллельны.

Положимъ, что линѣя CD линѣѣ AB параллельна, и линѣя EF той же линѣѣ AB также параллельна; то по сему слѣдуетъ, что линѣя CD линѣѣ EF также параллельна. Ибо надлежитъ взять по изволенію двѣ точки G и K, и опустить изъ нихъ на AB перпендикулярныя линѣи фиг: 66.

GI и KM. Но понеже CD и AB между собою параллельны: то GI=KM (§ 47), также потому, что EF и AB между собою параллельны HI=LM; но когда отъ равныхъ линѣй GI и KM сіи обѣ равныя же линѣи HI и LM отъимутся; то останутся также равныя линѣи GH и KL. И такъ обѣ сіи линѣи CD и EF находятся между собою всегда въ равномъ разстояніи, и слѣдовательно между собою параллельны.

§ 50

фиг:67. Чрезъ данную точку E внѣ данной линѣи AB провесть другую линѣю CD, которая бы съ прежнею линѣею AB была параллельна.

Сіе можно учинить разными способами. По перьвому способу, изъ данной точки E на линѣю AB опусти перпендикулярную линѣю EF (§ 37); а какъ сіе учинится, то проведи изъ которой нибудь точки, напримѣръ G перпендикулярную линѣю GI (§ 36), и зделай изъ оной линѣю GH=FE; то чрезъ обѣ точки H и E проведенная линѣя CD будетъ та линѣя, которую провесть надлежало (§ 47) По второму, начерти изъ данной точки E дугу HL, которая бы до данной линѣи въ точкѣ F точно касалась; потомъ тѣмже циркула раствореніемъ изъ которой нибудь точки, напримѣръ G, проведи дугу MN, и начерти линѣю CD, такъ чтобъ она чрезъ точку E проходила, и до дуги MN въ H точно касалася; то и сія линѣя CD линѣѣ AB также будетъ параллельна, какъ ниже (§ 66) показано будетъ. По третьему, возьми на взглядъ

цирку-

циркуломъ величину перпендикулярной линѣи EF, и приставь линѣйку къ данной линѣѣ, и веди взятымъ циркула раствореніемъ подлѣ линѣйки такъ, чтобъ циркулъ своею ножкою вездѣ по обрѣзу линѣйки шолъ, а отверстіемъ бы своимъ вездѣ же непремѣнно къ нижней линѣѣ перпендикулярно былъ; то оной циркулъ другою ножкою назначитъ слѣпую линѣю, которая данной линѣѣ будетъ параллельна. Но хотя сей способъ есть механической (§ 35); однакожъ по оному параллельныя линѣи весьма легко чертить можно. По четвертому, можно при семъ употреблять деревянной треугольникъ EFG, у котораго стороны прямо обрѣзаны, а именно надлежитъ оной приставить къ линѣйкѣ CD такъ, какъ въ фигурѣ показано, и приставя одною его стороною EF къ данной линѣѣ AB передвигать по линѣйкѣ, которую должно рукою держать крѣпко внизъ или вверьхъ; то такимъ образомъ получится линѣя EF параллельная линѣѣ AB, какъ сіе по прежнему (§ 48) явствуетъ. Сей способъ весьма надеженъ, и дѣйствовать по оному наипаче тогда надобно, когда много параллельныхъ линѣй между собою близко проводить надлежитъ. По пятому, нарочно для сего дѣлаются особливые инструменты; оные состоятъ изъ двухъ линѣекъ AB и CD, которыя помощію бляшекъ EF и GH раздвигаются, и между собою вездѣ равное разстояніе имѣютъ. Такіе инструменты называются *параллельныя линѣйки*. Къ дѣланію сихъ линѣекъ требуется немалое искусство художника, и портятся онѣ отъ частаго употребленія весьма скоро. А къ проведенію на полѣ параллель-

фиг: 68.

фиг: 69.

ныхъ линѣй весьма годится первой способъ, ежели при томъ только астролябія будетъ.

§ 51.

фиг: 70. Во всякомъ треугольникѣ ABC сумма всѣхъ трехъ угловъ n, o, q всегда бываетъ равна 180 градусамъ или половинѣ круга

Когда чрезъ верьхъ C проведется линѣя DCE параллельная основанію AB (§ 50), то будетъ n=m, а o=p (§ 48); но три угла m, q и p вмѣстѣ равны 180 градусамъ (§ 21); то и въ треугольникѣ три угла n, q и o также равны 180 градусамъ. Сіе доказательство можетъ весьма способно изъяснено быть, ежели по изволенію взятымъ циркула раствореніемъ изъ центровъ A, B и C проведутся дуги GF, HI и KL; а потомъ тѣмъ же циркула раствореніемъ начертится полукружіе flk, и по семъ дуга FG на дугу fg, дуга KL на дугу kl, и дуга HI на дугу gl, по ихъ хордамъ перенесутся; то найдется, что сіи три дуги зделаютъ точно половину круга flk. По сему предложенію можно легко произвесть многія другія. Первое, понеже въ каждомъ прямоугольномъ треугольникѣ одинъ уголъ содержитъ въ себѣ 90°: *то прочіе оба угла долженствуютъ также имѣть 90°, и слѣдовательно каждому изъ нихъ надлежитъ быть острому*; ежели сверьхъ сего прямоугольной треугольникъ ABC будетъ равнобедренной, то каждой изъ острыхъ угловъ C и B будетъ половина прямаго, или 45° (§ 33). Второе, понеже въ каждомъ равносторонномъ треугольникѣ

фиг: 74.

всѣ три угла бываютъ между собою равны (§ 13); *то должно каждому изъ нихъ быть въ 60°*, и слѣдовательно равностороннему треугольнику не можно быть прямоугольнымъ треугольникомъ. Третїе, когда у какого нибудь треугольника ABC сторона AB по изволенїю продолжится до D: *то внѣшней уголъ* CBD *обоимъ внутреннимъ противолежащимъ ему угламъ* A *и* C *вмѣстѣ взятымъ бываетъ равенъ.* Ибо CBD+ABC = 180° (§ 21), а A+C+ABC = 180°; то CBD +ABC = A+C+ABC, и когда по обѣимъ сторонамъ отъимется ABC, то выдетъ CBD = A+C. Четвертое, *когда въ равнобедренномъ треугольникѣ* ABC *данъ будетъ верьхней уголъ* C, *то и нижнїе оба угла* A *и* B *также будутъ извѣстны*; ибо надлежитъ только уголъ C вычесть изъ 180°, то остатокъ покажетъ сумму нижнихъ обоихъ угловъ; но понеже оба такїе углы между собою равны (§ 33), то каждой изъ нихъ есть половина помянутой суммы. фиг: 72. фиг: 73.

§ 52.

На концѣ B данной линѣи AB поставить перпендикулярную линѣю BC. фиг: 74.

Отчерти на данной линѣѣ по изволенїю линѣю BE, и зделай на оной равносторонной треугольникъ BDE (§ 32), и сторону его ED продолжи, и зделай DF = DB; потомъ проведи чрезъ точку F линѣю BFC, то оная будетъ перпендикулярна къ линѣѣ AB. Понеже BDE есть треугольникъ равносторонной: то каждой уголъ въ немъ имѣетъ по 60° (§ 51); и такъ FDB садержитъ 120° (§ 21). Но понеже

 DF

DF=DB, то FDB есть треугольникъ равнобедренной. И такъ въ немъ уголъ DBF (§ 51) имѣетъ 30°; слѣдовательно уголъ EBC, то есть EBD+DBC вообще содержатъ 60+30, или 90 градусовъ: и того ради линѣя BC есть перпендикулярна къ линѣѣ AB (§ 20).

§ 53.

фиг: 75. Двѣ параллельныя линѣи IM, LK содержащїяся между двумя другими параллельными же линѣями EF и GH бываютъ между собою равны.

Ибо ежели проведется линѣя LM, то произойдутъ отъ того два треугольника LIM и LKM. въ сихъ треугольникахъ для параллельныхъ линѣй AB, CD уголъ ILM равенъ углу MLK; и потому же уголъ ILM равенъ углу LMK (§ 48), да сверьхъ сего еще и линѣя LM обоимъ треугольникамъ общая; то сїи оба треугольника и въ прочихъ частяхъ между собою равны (§ 27), и слѣдовательно IM=LK, и LI=KM.

§ 54.

фиг: 76. Когда въ треугольникѣ ABC стороны AB и AC, по изволенїю до K и до L продолжатся, и буде на такой продолженной сторонѣ AK здѣлается BD=AB, и изъ точки D проведется линѣя DE параллельная съ линѣею BC; то будетъ также CE=AC

Ибо когда проведется линѣя BF параллельная линѣѣ AL; то въ разсужденїи обѣихъ параллельныхъ

лельныхъ линѣй BC и DE, оба угла ABC и BDE будутъ между собою равны (§ 48); также для параллельныхъ же линѣй BF и AL, оба угла DBF и BAC есть между собою равны же, и притомъ AB=BD; то оба треугольника BAC и DBF будутъ и въ прочихъ частяхъ между собою равны (§ 27), слѣдовательно AC=BE. Но понеже обѣ параллельныя линѣи BF и BE, находятся между параллельными же линѣями BC и FE; то BF=CE (§ 53), и такъ AC=CE Доказательство производится такимъ же образомъ, хотя прочертится еще линѣя DG равная линѣѣ AB, и изъ точки G проведется опять линѣя GH параллельна съ BC; то и тогда EH=AC=CE. Но ежели кто похочетъ доказательство по упомянутымъ обстоятельствамъ продолжать далѣе; то будетъ выходить все также, какъ уже выше показано. Такъ по сему слѣдуетъ, что когда BD=AB, также CE=AC, когда BG=2AB; то также и CH=2AC, то есть сколько разъ AB содержится въ BG, то столько же разъ AC находится въ CH. И такъ AB, BG, AC и CH суть между собою пропорціональны, слѣдовательно происходитъ отъ сего общее предложеніе слѣдующее: *Когда въ треугольникѣ AGH, изъ взятой по изволенію точки B проведется линѣя BC параллельная съ линѣею GH; то сторона BG содержится къ сторонѣ CH въ такой пропорціи, въ какой AB къ AC*, то есть, чтобъ сіе изъявить обыкновенными знаками, будетъ BG : CH = AB : AC. Но понеже по правилу пропорціи изъ сей пропорціи слѣ-

слѣдуетъ и сія: BG : AB = CH : AC, а изъ сей другая BG + AB : AB = CH + AC : AC; но BG + AB равно AG, а CH + AC равно AH; то выдетъ изъ сего напослѣдокъ слѣдующая пропорція, что AG : AB = AH : AC, или AG : AH = AB : AC.

§ 55.

фиг: 77. Когда въ треугольникѣ ABC уголъ ABC линѣею BD раздѣлится пополамъ; то отрѣзанныя линѣею BD части CD и AD, содержатся между собою такъ какъ стороны BC и BA, то есть CD : AD = BC : BA.

Ежели сторона AB продолжится до точки E такъ, чтобъ BE и BC между собою равны были, и проведется линѣя CE, то будетъ m + n = p + q (§ 51). Но понеже BE = BC, то CBE есть треугольникъ равнобедренной, слѣдовательно p = q (§ 33); но m = n, то вмѣсто прежняго произойдетъ 2n = 2p, или n = p. И по сему DB и CE долженствуютъ быть между собою параллельны (§ 48), такъ произойдетъ пропорція слѣдующая: DC : BE = AD : AB (§ 54). Но понеже BE и BC между собою равны, то вмѣсто BE можно поставить BC, и тогда выдетъ DC : BC = AD : AB, или DC : AD = BC : AB.

§ 56.

фиг: 78. Къ даннымъ тремъ линѣямъ HI, KL и MN сыскать четвертую пропорціональную линѣю.

Начерти

Начерти по изволенїю уголъ GAF такой, чтобъ онъ не очень остръ былъ, потомъ перенеси линѣи HI на AB, KL на AC, а MN на BD; между точками C и B проведи линѣю, и прочерти изъ данной точки D параллельную линѣю съ BC (§ 50), которая бокъ AG прорѣжетъ въ точкѣ E; то CE будетъ искомая пропорцїональная линѣя. Понеже въ треугольникѣ DAE линѣи BC и DE между собою параллельны: то AB : AC = BD : CE, то есть HI : KL = MN : CE. *Ежели же къ двумъ даннымъ линѣямъ третью пропорцїональную линѣю сыскать надлежитъ*, то явно есть, что должно только здѣлать линѣю BD равную линѣѣ AC. Выше (§ 7) ужѐ показано, какимъ образомъ одними только линѣями сложенїе и вычитанїе въ Ариѳметикѣ дѣлать можно; теперь также явствуетъ, какъ тѣми же линѣями умноженїе и дѣленїе дѣлать можно. Ибо въ каждомъ умноженїи 1 содержится въ множителѣ столько разъ, сколько множимое число въ произведенїи; то надлежитъ только взять за единицу по изволенїю какой нибудь величины линѣю, и по сей единицѣ представить какъ множителя, такъ и множимое число, и такъ къ симъ тремъ даннымъ линѣямъ искать четвертую пропорцїональную линѣю, то сїя, когда она по принятой единицѣ опять въ число перемѣнится, искомое произведенїе покажетъ. Понеже въ дѣленїи содержится всегда дѣлитель къ дѣлимому числу такъ, какъ 1 къ числу частному; то также и сїе по вышепоказанному способу линѣями учинить можно, и симъ сходство Ариѳметики съ Геометрїею еще подтверждается.

§ 57.

§ 57.

фиг:79. Данную линѣю AB раздѣлить на равныя по изголенію части, напримѣръ на 5.

Начерти линѣю CD какой нибудь длины, однакожъ больше данной линѣи, и назначь на оной отъ точки C къ D столько по изголенію равныхъ частей, на сколько линѣю AB раздѣлить надлежитъ, C, 1; 1, 2; 2, 3, и прочая. А когда сіе учинитъ, то здѣлай на сей раздѣленной линѣѣ равносторонной треугольникъ CE 5, и возьми длину AB, и перенеси оную изъ e на a и b, и проведи чрезъ сіи точки линѣю ab; напослѣдокъ проведи изъ e къ 1, 2, 3, 4, линѣи E 1, E 2, E 3, E 4, то сіи черты линѣю a b, котрая AB равна раздѣлятъ на требуемыя части, которыя на линѣю AB легко перенесены быть могутъ. Понеже CE 5 есть треугольникъ равносторонной, то уголъ CE 5 имѣетъ 60 градусовъ (§ 51). А когда Ea здѣлана равна Eb, то оба угла Eab и Eba содержатъ 120°, и такъ каждой изъ нихъ имѣетъ по 60° (§ 51), слѣдовательно Eab есть также треугольникъ равносторонной, и ab = Ea = AB; и такъ ab данной линѣѣ AB равна, а когда ab раздѣлена на требуемыя равныя части, то оныя и къ линѣѣ AB служатъ. Но понеже Eab имѣетъ 60 градусовъ, а Ec 5 содержитъ столько же; то ab и C 5 суть двѣ параллельныя линѣи (§ 48), слѣдовательно въ треугольникахъ Ea 1, и EC 1, Ea : a 1 = EC : C 1 (§ 54), или понеже Ea = AB, а EC = C 5, то AB : a 1 = C 5 : C 1; но C 1 здѣлана равна $\frac{1}{5}$ C 5; такъ a 1 также равна $\frac{1}{5}$ AB.

§ 58.

§ 58.

Когда въ двухъ треугольникахъ ABC и abc будутъ такія обстоятельства, что въ нихъ уголъ A углу a, уголъ B углу b, и уголъ C углу c равны будутъ; тогда называются оные *подобные треугольники*, *triangula similia*; а стороны равнымъ угламъ противоположенныя именуются *сходственныя стороны*, *Latera Homologa*; какъ BC и bc, AB и ab, AC и ac. фиг: 80.

Когда въ треугольникѣ AED проведется линѣя CB параллельная съ которою нибудь стороною треугольника, напримѣръ съ ED, то будетъ уголъ E = C, уголъ D = B (§ 48), а уголъ A въ обѣихъ треугольникахъ общей; и такъ происходятъ отъ сего всегда два треугольника между собою равноугольные, и слѣдовательно между собою подобные. А понеже такіе треугольники свои сходственныя стороны имѣютъ пропорцïональныя (§ 54), то происходитъ изъ сего сïе предложенïе, *что въ подобныхъ треугольникахъ сходственныя стороны бываютъ между собою пропорцïональны*. Но чтобъ въ такихъ треугольникахъ ихъ сходственныя стороны въ подлинной пропорцïи поставить можно было; то надлежитъ примѣчать слѣдующее: каждой изъ обоихъ треугольниковъ должно означить тремя литерами, такъ чтобъ двѣ первыя, обѣ среднïя и обѣ последнïя литеры показывали равные углы, какъ напримѣръ ABC и bca, или CAB и cab, или BCA и bca; потомъ не смотря на треугольники, надлежитъ взять которыя нибудь фиг: 78.

будь двѣ литеры у перваго треугольника; и по такому же порядку должно взять двѣ же литеры у другаго треугольника, то всегда будутъ происходить четыре подлинныя пропорцiональныя стороны, а именно: когда треугольники означатся такъ ABC и abc, и возмутся у перваго литеры AC, CB, и втораго треугольника поставятся литеры въ такомъ же порядкѣ ac, cb, то получится прямая пропорцiя AC : CB = ac : cb. Или когда оба подобные треугольника по ихъ равнымъ угламъ ARQ и MFT, означены будутъ; то произойдетъ слѣдующая прямая пропорцiя: AR : RQ = MF : FT, или AQ : QR = MT : TF : или RQ : RA = FT : FN: и сiе пра́вило въ памяти содержать весьма способно.

§ 59

фиг: 81. По данной линѣѣ AB, которая раздѣлена точками F и G на неравныя, однакожъ нѣкоторую пропорцiю между собою имѣющiя части, раздѣлить другую данную линѣю DE по такой же пропорцiи на неравныя части.

На данной линѣѣ AB начерти равносторонной треугольникъ ABC, здѣлай CH и CI равныя DE, и проведи линѣю HI, и когда къ даннымъ точкамъ F и G проведутся линѣи CF и CG, то симъ данная другая линѣя раздѣлится по такой же пропорцiи, по какой раздѣлена линѣя AB. Понеже въ разсужденiи подобныхъ треугольниковъ CHG и CAF; также CHI, CAB происходитъ (§ 58), первое CH : CA = HK : AF :

AF ; второе CH : CA = HI : AB, изъ которыхъ обѣихъ пропорцій слѣдуетъ HK : HI = AF : AB, слѣдовательно часть HK содержится въ цѣлой линѣи HI или DE въ такой пропорціи, въ какой часть AF къ своему цѣлому AB. Такимъ же образомъ и прочія части KL и LI доказаны быть могутъ; и такъ HI или DE раздѣлена на такія же части, на какія и AB. Сія задача имѣетъ великую пользу во уменьшеніи и во увеличиваніи всякихъ чертежей: ибо въ каждомъ изъ сихъ обоихъ случаевъ всѣ раздѣленія или части даннаго чертежа должны сохранять прежнюю свою пропорцію, хотя онѣ меньше или больше будутъ; и чего напримѣръ въ большомъ положеніи половина или третья часть есть, то и въ меньшемъ или и въ большемъ положеніи такая же часть быть долженствуетъ. А ежели напримѣръ данную вещь по ея величинѣ надлежитъ уменьшить вполы; то должно взять линѣю DE вполы меньше линеи AB; а когда предложенную вещь по ея величинѣ должно здѣлать втрое меньше, тогда надлежитъ взять линѣю DE величиною противъ третьей части линѣи AB; и тогда всѣ величины будутъ половина или третья доля противъ прежнихъ, а части ихъ однако будутъ имѣть между собою такое же содержаніе, какое онѣ сохраняютъ въ большомъ положеніи. Напротивъ того, ежели кто желаетъ что нибудь увеличить, то надлежитъ линѣи CA, CF, CG, CB, пониже AB протянуть, а впрочемъ такъ поступать, какъ ужѣ при уменьшеніи показано.

§ 60.

фиг:82. Какъ Геометрической маштабъ или размѣръ здѣлать и употреблять.

Начерти прямую линѣю AF, и раздѣли оную начиная отъ точки A до C на десять какихъ нибудь равныхъ частей 10, 9; 9, 8; 8, 7 и проч, ежели маштабъ никакой извѣстной мѣры представлять не будетъ; а когда потребно будетъ здѣлать маштабъ по Аглинскимъ дюймамъ, то надлежитъ взять линѣю AC длиною противъ Аглинскаго дюйма, и раздѣлить оную на 10 частей равныхъ (§ 57). По учиненіи сего перенеси длину линѣи AC на линѣю AF столько разъ, сколько потребно. Изъ точки A возвысь перпендикулярную линѣю AB какой нибудь величины, и раздѣли оную на 10 равныхъ частей неопредѣленной величины, хотя бы маштабъ здѣлать надлежало и по нѣкоторой извѣстной мѣрѣ. Чрезъ найденныя точки 1, 2, 3 и проч. проведи параллельныя съ линѣею AF линѣи 1, 1; 2, 2; 3, 3 и проч. до B 10, линѣю BD раздѣли на такія же десять частей, на какія AC раздѣлена; и напослѣдокъ точки CD, 10 F и проч. соедини прямыми линѣями, которыя бы на линѣѣ AF перпендикулярно стояли, а между меньшими частьми находящимися на BD и AC протяни прямыя линѣи B9, E8, G7, H6, и проч: такъ чтобъ онѣ на линѣѣ AF стояли косо, и такимъ образомъ маштабъ готовъ будетъ. Теперь только доказать надлежитъ, что небольшія линѣйки ab есть $\frac{1}{10}$, cb $\frac{2}{10}$, ef $\frac{3}{10}$, линѣи C 1, и такъ далѣе, что весьма не трудно. Понеже

неже треугольники Cab и CDI между собою подобны (§ 58); то содержится ab къ DI, или, C 1, такъ какъ Ca къ CD, но $Ca = \frac{1}{10}CD$ здѣлана, то также и $ab = \frac{1}{10}C$ 1. Такимъ же образомъ содержится и cd къ DI, или къ C 1, какъ C c къ CD; но $Cc = \frac{2}{10}CD$, то и $cd = \frac{2}{10}$ C 1, и такъ далѣе. Что касается до употребленія такого Геометрическаго машmaба, или размѣра, то положимъ, что надлежитъ по нему вымѣрять линѣю MN. Смѣряй циркуломъ величину данной линѣи, потомъ поставь одну ножку циркула въ точкѣ F, и смотри, сколь далеко простирается другая ножка циркула по линѣѣ FA, и когда окажется, что она между 3 и 4 стоитъ, и буде большія части положатся за дюймы, а меньшія за линѣи, то линѣя MN будетъ величиною въ 1 дюймъ и въ 3 линѣи съ нѣкоторою долѣю. Но чтобъ и то показать, сколько она сверхъ 3 линѣй еще содержитъ, то переноси циркулъ съ его раствореніемъ съ одной параллельной линѣи на другую до тѣхъ поръ, пока напослѣдокъ другая ножка циркула въ одинъ которой нибудь прорѣзъ косыхъ линѣй съ параллельными линѣями точно станетъ. А понеже сіе дѣлается при p, на третьей параллельной линѣѣ 3, 3, то явствуетъ, что линѣя MN сверьхъ найденной мѣры содержитъ еще $\frac{3}{10}$ долей линѣи или 3 скрупула. И такъ вся оная линѣя будетъ величиною въ 1 дюймъ, въ 3 линѣи и въ 3 скрупула, или $\overset{\cdot}{1}, \overset{II}{3}, \overset{III}{3}.$ равнымъ же образомъ поступать надлежитъ и съ прочими линѣями, которыя вымѣрять кто желаетъ. буде же части

С, 1; 1, 2; 2, 3 и проч. также на 10 равныхъ долей раздѣлятся; то изъ того тожъ произойдетъ, что получается помощїю Геометрическаго маштаба; однакожъ сему дѣленїю быть не надобно для двухъ причинъ. Первое, что дѣлить такъ малыя линѣи трудно; а второе, что сїи части соединятся между собою такъ близко, что оныхъ и разобрать не можно будетъ. А когда сїе раздѣленїе въ Геометрическомъ маштабѣ оставляется; то имѣетъ онъ по сему предъ другимъ особливую способность. Геометрической маштабъ можно дѣлать не только по одной десятичной, но и по всякой другой мѣрѣ такъ, ежели бы напримѣръ: дюймъ АС раздѣленъ былъ на 12 линѣй, а линѣя на 17 скрупуловъ; то должно раздѣлить на 12 равныхъ частей только АС, а на перпендикулярной линѣѣ АВ назначить 17 частей, а потомъ во всемъ такъ поступать, какъ ужѐ выше показано. Такихъ Геометрическихъ маштабовъ великое множество дѣлаютъ художники на серебрѣ, на мѣди или на деревѣ, только рѣтко точно и исправно; чего ради надлежитъ сїю задачу по большой части для того съ основанїемъ знать, чтобъ первое о исправности зделаннаго маштаба основательно разсуждать, а второе, чтобъ оной исправно употреблять. Сїе нѐ весьма нужно, чтобъ АВ на АF перпендикулярно стояла, но только то охранять должно, чтобъ всѣ линѣи АВ, СD, F 10 и проч. между собою параллельны были, чемъ надлежащее подобїе треугольниковъ Съа, Сеf и СDI никакъ не утрачивается.

§ 61.

§ 61.

Когда въ кругѣ двѣ хорды AB и CD бываютъ между собою равны; то и стянутыя ими дуги AGB и CFD также между собою равны бываютъ. фиг: 83.

Ежели къ центру E проведутся радїусы AE, BE, CE, DE, и понеже они всѣ между собою равны (§ 10); то въ обоихъ треугольникахъ AEB и CED, сторона AE равна сторонѣ DE, сторона BE равна сторонѣ CE, и сверхъ того еще AB=CD; то сїи оба треугольника будутъ и въ прочихъ частяхъ между собою равны (§ 26), и слѣдовательно уголъ m величиною равенъ углу n. А понеже дуги AGB и CFD есть мѣра сихъ равныхъ угловъ (§ 17); то слѣдуетъ потому, что обѣ сїи дуги должны быть между собою равны. Тожъ разумѣть надлежитъ и о двухъ кругахъ между собою равныхъ. Ибо когда два такїе круга между собою равны; то явно есть, что въ умѣ одинъ на другой положить можно, и что сїе все равно, будто бы былъ одинъ кругъ.

§ 62.

Когда въ кругѣ хорда AB раздѣлится на двѣ равныя части AD и DB, и потомъ чрезъ раздѣляющую точку D изъ центра C проведется прямая линѣя CDF; то оная не только бываетъ перпендикулярна къ хордѣ AB, но притомъ и стянутую хордою дугу AEB раздѣляетъ на двѣ равныя дуги AE и EB. фиг:84.

Когда проведутся два радіуса CA и CB; то произойдутъ два треугольника CAD и CBD, въ которыхъ CB = CA (§ 10), AD = DB, а CD обоимъ общая; то сіи оба треугольника будутъ и въ прочихъ частяхъ между собою равны (§ 26), слѣдовательно уголъ o столь великъ, сколь великъ уголъ p, то есть линѣя CD стоитъ перпендикулярно на линѣѣ AB (§ 20), притомъ же уголъ m равенъ углу n. Но понеже сихъ обоихъ равныхъ угловъ есть мѣры ихъ обѣ дуги AE и EB (§ 17); то должно также и обѣимъ дугамъ быть между собою равнымъ.

§ 63.

Когда въ кругѣ чрезъ хорду AB проведется прямая линѣя FDG такъ, что она разсѣчетъ первое хорду на двѣ равныя части AD, DB, а второе къ сей хордѣ будетъ перпендикулярна; то сія линѣя FDG чрезъ центръ круга пройдетъ.

фиг: 85. Явно есть, что линѣя FG пройдетъ по кругу въ двухъ мѣстахъ, напримѣръ въ точкахъ E и G. И такъ буде проведутся хорды GA, GB, такожъ EA, EB; то произойдутъ четыре треугольника AGD, BGD, такожъ AED, BED. Но понеже линѣя FDG стоитъ перпендикулярно на AB; то въ обоихъ треугольникахъ AGD и BGD, первое m = n (§ 20), второе AD = DE, третіе DG обоимъ общая. И такъ AG = GB (§ 25); слѣдовательно дуга AHG также равна дугѣ BIG (§ 61), и равнымъ образомъ въ обоихъ треугольникахъ ADE, BDE,

BDE, первое o=p, второе AD=DB и третіе хорда DE обоимъ общая, такъ и сіи оба треугольника будутъ и въ прочихъ частяхъ между собою равны же (§ 25), и слѣдовательно AE=BE, притомъ же дуга AKE равна дугѣ BLE (§ 61). А когда къ равнымъ дугамъ AHG и BIG придадутся двѣ равныя же дуги AKE и BLE; то произойдутъ равныя же дуги GAE и GBE, слѣдовательно GAE есть половина круга, а GBE также половина круга. И такъ линѣя FG въ разсужденіи помянутыхъ обстоятельствѣ разсѣкаетъ кругъ на двѣ равныя части, и потому EG есть діаметръ сего круга (§ 11), слѣдовательно оной проходитъ чрезъ центръ круга (§ 10). *По сему можно легко сыскать центръ въ данномъ кругѣ*, ежели оной прежде не назначенъ. Положимъ, что въ кругѣ HIKL центра не видно; то проведи хорду AB какой нибудь величины, и раздѣли оную пополамъ точкою D, и прочерти изъ оной перпендикулярную линѣю FDG; то сія линѣя EG будетъ діаметръ того круга, а когда EG такожъ раздѣлится пополамъ, то раздѣляющая точка будетъ искомой центръ того круга.

§ 64.

Данную круга дугу ADB раздѣлить на двѣ равныя части AD и DB. фиг: 86.

Когда центръ сей круга дуги не вѣдомъ, то начерти подъ дугою хорду AB, и раздѣли оную пополамъ въ точкѣ M (§ 35), и проведи изъ точки M перпендикулярную линѣю MC (§ 36); то оная, когда изъ M до точки E продолжится,

разсѣчетъ дугу ADB на двѣ равныя части. Ибо сїя линѣя EC, которая по вышепоказанному образу проведена будетъ, чрезъ центръ круга пройдетъ (§ 63). Положимъ, что сей центръ находится въ точкѣ C, то надлежитъ провесть линѣи CA, CB, и отъ того произойдутъ два треугольника CAM и CBM, въ которыхъ AM = MB, m = n, а CM обоимъ общая; такъ сїи оба треугольника будутъ между собою равны (§ 25), слѣдовательно p = q, и такъ мѣры сихъ обоихъ равныхъ угловъ, то есть дуги AD и DB (§ 17) между собою равны, или дуга ABD раздѣлена на двѣ равныя части. А когда данной дуги центръ C будетъ извѣстенъ, то надлежитъ хорду AB также раздѣлить на двѣ равныя части въ M, и провесть только изъ центра C чрезъ найденную точку M прямую линѣю CME, то оная помянутую дугу разсѣчетъ на двѣ равныя части (§ 63).

§ 65.

фиг: 57. По даннымъ тремъ точкамъ A, B и C провесть кругъ.

Соедини точки A, B, также B и C прямыми линѣями AB, BC, раздѣли каждую изъ сихъ линѣй пополамъ въ точкахъ D и E (§ 35), и проведи изъ сихъ точекъ D и E двѣ перпендикулярныя линѣи GDF и IKH (§ 36); то прорѣжутся сїи перпендикулярныя линѣи въ точкѣ K; и когда изъ точки K, какъ изъ центра радїусами KA или KB или KC опишется кругъ; то пройдетъ оной чрезъ три точки ABC. Понеже кругъ, которой начертить надлежитъ,

долженъ проходить чрезъ три точки A, B и C; то линѣи AB, BC будутъ хорды сего круга (§ 10). Но понеже сїи хорды по вышепоказанному черченїю раздѣлены на двѣ равныя части, и изъ ихъ средины проведены перпендикулярныя линѣи GDF и IEH; то явно есть, что какъ линѣя GDF, такъ и линѣя IEH чрезъ центръ круга проходить должны (§ 63). А понеже сему центру на линѣѣ GDF и на линѣѣ IEH быть должно; то оному индѣ быть не можно, какъ въ разрѣзывающей точкѣ K, которая только одна помянутымъ линѣямъ есть общая (§ 9). Но окружность круга есть кривая линѣя (§ 10), то явствуетъ, что *когда три точки находятся между собою въ прямой линѣѣ, то по онымъ провесть круга не можно*: ибо въ семъ случаѣ прямая линѣя была бы вмѣстѣ кривою линѣею, что со всѣмъ противно (§ 5), и слѣдовательно сему статься не можно. *Ежели же даны будутъ двѣ точки A и B, чрезъ которыя провесть кругъ должно*; то соедини обѣ точки прямою линѣею, и здѣлай по изволенїю взятымъ циркула растворенїемъ AC или AD на линѣѣ AB равнобедренной треугольникъ ACB или ADB (§ 32); то явно есть, что C или D будетъ центръ требуемаго круга (§ 10). Но понеже къ равнобедренному треугольнику сторону AC можно взять какой нибудь величины, то явствуетъ, что чрезъ двѣ данныя точки безконечное множество круговъ провести возможно. А въ какомъ случаѣ по четыремъ даннымъ точкамъ кругъ начертить льзя, то показано будетъ ниже (§ 81). *На-* фиг: 88.

 посл-

Фиг: 87. *послѣдокъ, когда дана будетъ дуга АВ, которую въ цѣлой кругъ дочертить должно*; то надлежитъ на оной по изволенїю взять только три точки, и сыскать, какъ выше показано, центръ, изъ котораго данная дуга въ цѣлой кругъ дочертится. По сему также довольно явствуетъ и то, *что около каждаго треугольника кругъ описать можно*, потому что три угла въ треугольникѣ за три точки почесть, и онымъ центръ найти можно.

§ 66.

Фиг: 89. Когда въ кругѣ проведется радїусъ СА, и притомъ на самой его конецъ А опустится перпендикулярная линѣя DAE; то сїя линѣя DAE коснется до круга не болѣе какъ токмо одною точкою А.

Положимъ, что прямая линѣя до круга касается еще другою точкою, напримѣръ В; то надлежитъ провесть къ центру линѣю ВС, отъ чего будетъ САВ прямоугольной треугольникъ. Чего ради оба угла АВС и АСВ будутъ острые (§ 51), то есть меньше нежели САВ (§ 20), слѣдовательно сторона СВ больше радїуса СА (§ 38); и такъ точка В упадетъ уже внѣ окружности круга въ F. Но понеже сїе вездѣ дѣлается, какъ бы точка В близко взята ни была; то видно по сему, что на всѣй линѣѣ DE нѣтъ ни одной точки, которая бы съ окружностїю круга соединялась, кромѣ одной точки А въ томъ случаѣ, когда DAE стоитъ на радїусѣ перпендикулярно, на чемъ доказательство сїе и основанїе свое имѣетъ. И сїя линѣя, которая сама по себѣ

хотя

хотя и прямая ; но однакожъ до круга или до другой какой нибудь кривой линѣи касается только въ одной точкѣ, получаетъ въ Геометрïи особливое имя, и называется *касательная линѣя* Linea Tangens. По сему явствуетъ, *хакимъ образомъ надлежитъ провесть линѣю DE, которая бы до даннаго круга только въ одной точкѣ A касалася.* Надлежитъ только изъ A къ центру круга провесть радïусъ AC, и изъ точки A къ линѣѣ AC прочертить перпендикулярную линѣю DAE (§ 52), которая будетъ искомая касательная линѣя. фиг: 67. *По сему предложенïю можно такожъ изъяснить вышепоказанное* (§ 50) *черченïе параллельной линѣи.* Понеже дуга KEL проведена такъ, что она касается до линѣи AB только въ точкѣ F; то EF на линѣѣ AB стоитъ перпендикулярно. И понеже линѣя CD проведена чрезъ самую верхнюю точку H дуги MN; то и линѣя HG къ линѣѣ AB также перпендикулярна (§ 20), и притомъ сверьхъ того обѣ дуги одинакимъ циркула разтворенïемъ описаны; то FE = GH (§ 10); слѣдовательно сïе черченïе сходствуетъ во всемъ съ прежнимъ, которое подъ (§ 50) показано.

§ 67.

Когда въ кругѣ возмется по изволенïю какая нибудь дуга AB, и поставятся на оной два угла ACB и ADB, изъ которыхъ первой верьхъ свой будетъ имѣть въ центрѣ C, а послѣдней при окружности D; то сей противъ перьваго бываетъ вполы меньше. фиг: 90.

Ибо

Ибо когда содинится на окружности точка D съ центромъ C прямою линѣею DCE; то треугольникъ DCB будетъ равнобедренной (§ 10). И такъ $a = a$ (§ 33), слѣдовательно $e = 2a$ (§ 51), притомже $e + y + c = 180°$ (§ 21), и въ равнобедренномъ треугольникѣ DCA, въ которомъ $a + x = a + x$ (§ 33), такожъ $c + a + x + a + x$, или $c + 2a + 2x = 180°$ (§ 51). И такъ $e + y + c = c + 2a + 2x$; но понеже $e = 2a$, то вмѣсто e надлежитъ поставить 2a, и тогда получится $2a + y + c = c + 2a + 2x$; а когда отъ сихъ равныхъ количествъ по обѣимъ сторонамъ отъимутся равныя же количества $c + 2a$, то остатки будутъ между собою также равны; и такъ $y = 2x$, то есть уголъ y равенъ двойному углу x, или ADB есть половина ACB. Сiи два угла имѣютъ особливое званiе. Уголъ ACB, котораго верьхъ находится въ центрѣ, называется *уголъ при центрѣ*, *Angulus ad Centrum*; а тотъ уголъ, котораго верьхъ при окружности, именуется *уголъ при окружности*, *Angulus ad Peripheriam*. Но понеже уголъ при окружности есть половина угла при центрѣ, когда они оба стоятъ на одной дугѣ AB; и сего послѣдняго мѣра цѣлая дуга AB (§ 17), то явно есть, *что перьваго мѣра только половина дуги AB. Перьвое, когда въ* фиг: 91. *кругѣ разные углы ADB, AEB, AFB и прочая стоятъ на одной дугѣ AB, и верьхи свои D, E, F при окружности имѣютъ; то всѣ такiе углы бываютъ между собою равны:* понеже каждой половина одного угла при центрѣ ACB, которой съ оными стоитъ на той же дугѣ AB. фиг: 92. Второе, *когда уголъ при окружности ADB стоитъ*

на

на половинѣ круга AEB, тогда бываетъ онъ прямой уголъ: ибо его мѣра есть половина дуги AEB, на которой онъ стоитъ, а AEB содержитъ 180°; то его мѣра 90°; и такъ онъ прямой уголъ (§ 20). По сему послѣднему правилу *можно свидѣтельствовать каждой наугольникъ, исправно ли онъ здѣланъ или нѣтъ.* Ибо надлежитъ начертить какой нибудь величины половину круга ADB на діаметрѣ AB, и положить одну сторону наугольника на точку A, а другую на точку B, и смотрѣть, точно ли уголъ, или верьхъ прямаго угла, которой составляютъ обѣ стороны, на окружность упадаетъ; и ежели точно упадаетъ, то наугольникъ здѣланъ исправно, а ежели нѣтъ, то оной несправедливъ: ибо сіе по вышепоказанному правилу явствуетъ, что когда уголъ D упадаетъ на окружность, тогда уголъ ADB бываетъ прямой, чему въ каждомъ наугольникѣ необходимо быть должно (§ 36). Изъ сего предложенія можно произвесть еще и другое, а имянно слѣдующее: *Когда въ кругѣ касательная линѣя DF и хорда DA, происходящія изъ точки на окружности D, дѣлаютъ уголъ FDA; то мѣра сего угла бываетъ половина дуги DGA, которую хорда стягиваетъ.* Понеже DF есть касательная линѣя круга, то можно въ умѣ представить, будто бы она иаималѣйшею своею частицею Dd съ окружностію соединяется (§ 66); то такимъ образомъ уголъ FDA или dDA можно почесть за уголъ при окружнсости, которой стоитъ на дугѣ DGA; и такъ мѣра его есть половина сей дуги. Такой уголъ, которой дѣлается отъ касательной

линѣи

линѣи и хорды происходящихъ изъ одной точки взятой на окружности, называется *уголъ сегмента*, *Angulus Segmenti* (§ 106). И такъ ежели *изъ точки К проведутся двѣ касательныя линѣи* KH *и* KI, то по вышепоказанному явствуетъ, что KHI=KHI, и что HIK есть треугольникъ равнобедренной (§ 33); слѣдовательно HK=KI.

§ 68.

фиг:93. Къ даннымъ двумъ линѣямъ AB и CD сыскать среднюю пропорцiональную линѣю.

Начерти по изволенiю прямую линѣю EI, и перенеси на оную изъ точки E до F одну изъ данныхъ линѣй AB, отъ F до G другую изъ данныхъ линѣй CD; потомъ начерти изъ точки F перпендикулярную линѣю FH къ линѣѣ EG (§ 36), и опиши на дiаметрѣ EG, половину круга EHG, то оной перпендикулярную линѣю прорѣжетъ въ точкѣ H и FH, будетъ искомая средняя пропорцiональная линѣя. Ибо когда проведутся двѣ линѣи EH и HG, то EHG будетъ прямой уголъ; или m+n=90° (§ 63) Но понеже при точкѣ F находятся два прямые угла (§ 20), то m+o=90° (§ 51), слѣдовательно m+n=m+o, или когда по обѣимъ сторонамъ отъимется m, то останется n=o. Притомже p+n=90=m+n; и когда по обѣимъ сторонамъ отъимется n, то останется p=m; такъ въ обоихъ треугольникахъ EFH и HFG уголъ o равенъ углу n, уголъ m равенъ углу p, а при F углы оба прямые, которые между собою равны (§ 20);

и того

и того ради оба треугольника EFH и HFG между собою подобны (§ 55); и слѣдовательно сходственныя свои стороны имѣютъ пропорцїональны; такъ EF : FH = HF : FG, или AB : FH = FH : CD; и такъ FH между линѣями AB и CD есть средняя пропорцїональная линѣя. Посему Геометрическому черченїю *можно по Ариѳметикѣ дѣлать извлеченїе радикса квадратнаго* : ибо когда EF возмется за единицу: то произойдетъ сїя пропорцїя: 1 : FH = FH : FG, или когда умножатся между собою оба крайнїе и среднїе члены $FG = FH^2$, или $\sqrt{FG} = FH$, то есть линѣя FH представляетъ радиксъ квадратный линѣи FG. Положимъ, что надлежитъ изъ сего числа $1\frac{10}{47}$ извлечь квадратной радиксъ; то возми EF = 1, FG = $1\frac{10}{47}$, тогда FH = $1\frac{2}{17}$ изъявитъ искомой квадратной радиксъ.

§ 69

Когда въ кругѣ прорѣзываются между собою двѣ хорды AB и CD въ точкѣ E, то содержится всегда DE къ EA такъ какъ BE къ EC. фиг: 94.

Когда проведутся двѣ линѣи AD и CB, то произойдутъ два треугольника AED и CEB, въ которыхъ уголъ x = x (§ 67), y = y (§ 67), и u = u (§ 23), такъ сїи треугольники между собою подобны (§ 58); и слѣдовательно ихъ сходственныя стороны между собою пропорцїональны, такъ что DE : EA = BE : EC.

§ 70.

§ 70.

фиг: 95. Когда изъ точки А проведутся двѣ линѣи ABC и ADE, которыя прорѣжутъ кругъ въ точкахъ B, C, D и E; то содержится AB : AD = AE : AC.

Ежели проведутся двѣ хорды BD и CE, то произойдутъ два треугольника ABD и AEC, которые между собою подобны: ибо уголъ при точкѣ А есть обоимъ общей, a+b = 180° (§ 21), b+c = 180° (§ 67), потому что они стоятъ оба на цѣломъ кругу, и такъ мѣра ихъ половина онаго круга; слѣдовательно a+b = b+c, или когда по обѣимъ сторонамъ отъимется b, то останется a = c; и такъ третей уголъ ABD равенъ третьему AEC (§ 51); чего ради происходитъ изъ сего такая пропорцїя: AB : AD = AE : AC.

§ 71.

фиг: 96. Когда изъ точки А проведены будутъ двѣ линѣи AD и ABC, изъ которыхъ одна коснется до круга въ точкѣ D, а другая прорѣжетъ оной въ точкахъ B и C, то касательная линѣя AD между линѣями AB и BC будетъ средняя пропорцїональная линѣя.

Когда проведутся двѣ хорды DB и DC, также и дїаметръ DEF; то уголъ ADF будетъ прямой (§ 66), или его мѣра будетъ половина дуги DBF, то есть, половина полукружїя (§ 11). Но понеже оной уголъ составляется изъ двухъ угловъ ADB и BDF, а уголъ BDF имѣетъ мѣру половину дуги BF (§ 67);

то останется на мѣру угла ADB половина дуги DB, какъ уже выше (§ 67) показано. Сїя же, половина дуги BD есть также мѣра угла DCB так въ обоихъ треугольникахъ ADB и ACB, уголъ при точкѣ A есть обоимъ общей, ADB = DCB, и слѣдовательно ABD = ADC (§ 51); чего ради сїи оба треугольника между собою подобны (§ 58), и потому содержится AB : AD = AD : AC.

§ 72.

До сего мѣста разсматривали мы треугольники и кругъ по ихъ свойствамъ; а теперь приступаемъ къ разсужденїю о поверьхностяхъ, которыя больше, нежели въ трехъ сторонахъ заключаются. А пока мы объ оныхъ разсуждать не начнемъ; то запотребно находимъ предъявить здѣсь слѣдующїя изъявленїя: *Четыреугольная или четыресторонная фигура*, *figura quadrilatera*, называется каждая поверьхность содержащаяся въ четырехъ сторонахъ, какїя слѣдующїя пять суть. Ибо фигура вообще называется поверьхность, которая заключаетса въ нѣсколькихъ линѣяхъ или сторонахъ. Ежели сїи стороны будутъ прямыя линѣи; то называется *прямолинѣйная фигура*, *figura rectilinea*; а когда кривыя, то *криволинѣйная фигура*, *figura curuilnea*; ежели же оныя линѣи будутъ то прямыя, то кривыя, то

именуется *смѣшеннолинѣйная фигура* , *figura mixtilinea.*

Когда въ четыреугольникѣ четыре стороны бывают между собою равны , и дѣлаютъ вездѣ прямые углы ; то называется оной *правильной четыреугольникъ или квадратъ* , *Quadratum*; какъ
фиг:97. ABCD. А когда четыре стороны хотя между собою и равны , только углы , которые отъ сторонъ составляются , будутъ косые; то именуется такая фигура *ромбусъ* , *Rhombus* , какъ
фиг:98. ABCD. Ежели же будутъ не всѣ стороны , но
фиг:99. только двѣ противоположенныя , AB , CD и
фиг: 100 AC , BD , также AD , BC , и AB , DC между собою равны , и тогда называется оная фигура вообще *Параллелограммъ* , *Parallelogrammum* ; буде же такой параллелограммъ имѣетъ всѣ четыре угла прямые , то называется оной *продолговатой четыреугольникъ* , *Rectangulum* , или
фиг: 99. *Oblongum* , какъ ABCD. буде же такой параллелограммъ имѣетъ всѣ четыре угла косые , то
фиг: 100 называется *Ромбоидъ* , *Rhomboides* , какъ ADCB. Всѣ прочїе четыреугольники , неимѣющїе помянутыхъ при вышепоказанныхъ фигурахъ свойствъ , именуются *неправильные четыреугольники или*
фиг: 101 *трапецїи* , *Trapezia* , какъ ADBC.

§ 73.

Всѣ прочїя фигуры , имѣющїя больше четырехъ сторонъ , получаютъ названїе по числу сторонъ , въ которыхъ они заключаются : напримѣръ , поверьхность содержащаяся въ пяти , въ шести , въ семи и больше сторонахъ , называется *пяти-*

угольникъ ,

угольник, *шестїугольник*, *семїугольник* и проч: *Pentagonum*, *Hexagonum*, *Heptagonum* и проч: а общимъ именемъ называются онѣ *многоугольники* и *полигоны*, *Polygonum*, *Figura multilatera*.

Всѣ фигуры вмѣстѣ съ треугольниками и четыреугольниками раздѣляются на *правильныя* и на *неправильныя фигуры*, *Figurae Regulares, & Irregulares*. Правильныя называются тѣ, когда въ нихъ всѣ стороны и всѣ углы между собою равны, а неправильныя, когда стороны и углы бываютъ между собою неравныя, *такъ равносторонной треугольникъ есть правильная фигура*: ибо въ немъ всѣ стороны между собою равны (§ 24), и углы также равны (§ 33). *Квадратъ есть правильная фигура*; потому что въ немъ всѣ стороны между собою равны (§ 72), а углы всѣ прямые; то они также между собою равны (§ 20). Фигура ABCDEFG есть также правильная, ибо представляется оною правильной семїугольникъ. А слѣдующїя двѣ фигуры ABCDE, и ABCDEFG, неправильныя фигуры, первая неправильной пятїугольникъ, а послѣдня неправильной семїугольникъ. Напослѣдокъ примѣчать надлежитъ, что когда въ многоугольникѣ отъ угла A до угла F проведется прямая линѣя AF, то называется она *Дїагональная линѣя*, *Linea transversalis* или *Linea Diagonalis*. фиг: 104. фиг: 102. фиг: 103. фиг: 103.

§ 74.

Каждой параллелограммъ ABDC, дїагональною линѣею AD раздѣляется на двѣ равныя части; и противъ себя лежа- фиг: 105.

щіе углы С и В, или А и D, бываютъ между собою равны.

Понеже каждой параллелограммъ есть такого свойства, что въ немъ противоположенныя стороны бываютъ между собою равны (§ 72); то въ обоихъ треугольникахъ ACD и ABD сторона AB равна сторонѣ CD, сторона AC равна сторонѣ BD, а сторона или діагональная линѣя AD обоимъ треугольникамъ общая; такъ треугольники ACD и ABD во всѣхъ частяхъ между собою равны (§ 26), слѣдовательно ACD одна, а ABD есть другая половина параллелограмма. По сему слѣдуетъ, что и уголъ С углу В равенъ быть долженствуетъ. И хотя діагональная линѣя отъ точки В къ С проведется; то доказывается такимже образомъ; и такъ по сему явно есть, что уголъ CDB также равенъ углу CAB.

§ 75.

фиг:97. На данной линѣѣ AB четыреугольникъ или квадратъ начертить.

Начерти сперьва изъ точки А перпендикулярную линѣю AC, и здѣлай оную равную данной линѣѣ AB (§ 52); потомъ изъ точекъ В и С, раствореніемъ циркула AB назначь дуги, которыя прорѣжутся въ точкѣ D, и проведи линѣи CD, BD, то явно есть, что такимъ образомъ на данной линѣѣ AB квадратъ начертится. Или можно также кромѣ перпендикулярной линѣи проведенной изъ точки А, еще другую изъ точки В возвысить, и здѣлать, чтобъ обѣ были равны линѣѣ AB, а потомъ между точками С и D

провесть

провесть прямую линѣю; то опять квадратъ начертится; однакожъ по первому способу можно чище здѣлать, нежели по второму, потому что при томъ не надобно столь много слѣпыхъ линѣй проводить. *Такимже образомъ дѣлается и продолгопатой четпероугольникъ или ректангулъ*, только съ такою отмѣною, что прорѣзывающїяся между собою дуги дѣлать надлежитъ не одинакимъ циркула растворѣнїемъ, но смотря по величинѣ противолежащихъ себѣ сторонъ.

§ 76.

Изъ данной стороны AB съ угломъ начертить ромбусъ ABCD. фиг: 98.

На данной линѣѣ AB здѣлай уголъ BAC, данному углу равной (§ 30), и начерти сторону AC = AB; потомъ изъ точекъ B и C растворенїемъ циркула AB начерти дуги, которыя прорѣжутся въ точкѣ D, и проведи линѣи BD, CD; то явно есть, что такимъ образомъ требуемой ромбусъ начертится. *Рапнымъ образомъ дѣлается и ромбоидъ*, только съ такимъ фиг: различїемъ, что надлежитъ чертить дуги по 100. разсмотрѣнїю величины противолежащихъ себѣ сторонъ.

§ 77.

Когда окружность круга раздѣлится на какїя нибудь равныя части, и подъ сими частьми проведутся хорды; то произойдетъ отъ того правильная фигура, которая будетъ имѣть столько сторонъ, на сколько частей раздѣлена окружность круга.

фиг: 106. Положимъ, что окружность круга раздѣлена на шесть частей равныхъ, а именно AB, BC, CD и проч. то каждая такая дуга есть шестая доля цѣлой окружности Но понеже равныя дуги равными хордами стягиваются (§ 61); то явно есть, что когда проведутся всѣ хорды, то произойдетъ фигура имѣющая всѣ равныя стороны. А каждой уголъ, напримѣръ AFE имѣетъ свой верьхъ при окружности, и стоитъ на дугѣ содержащей четыре шестины всѣй окружности, такъ имѣютъ они всѣ общую мѣру, а именно двѣ шестины окружности (§ 67); и потому всѣ углы составляющїяся хордами между собою равны, слѣдовательно сїя фигура есть правильная фигура (§ 73).

§ 78.

Въ каждомъ многоугольникѣ сыскать сумму всѣхъ угловъ, которые отъ сторонъ составляются.

фиг: 107. Напримѣръ положимъ данной неправильной шестїугольникъ ABDEFG, въ которомъ надлежитъ сыскать сумму всѣхъ отъ сторонъ происходящихъ угловъ ABD, BDE, DEF и проч: Когда внутри сея фигуры означится гдѣ нибудь точка C, и проведутся изъ оной точки ко всѣмъ угламъ прямыя линѣи CA, CB, CD, CE и проч; то явно есть, что вся фигура раздѣлится на столько треугольниковъ, сколько она сторонъ имѣетъ. А понеже въ каждомъ треугольникѣ три угла вообще содержатъ 180° (§ 51); то сумма происходящихъ по вышеписанному образу всѣхъ угловъ равна 180°, умноженная числомъ сторонъ. Но здѣсь требуются только

тѣ

тѣ углы, которые составляются отъ сторонъ; то надлежитъ изъ показанной суммы вычесть всѣ углы находящіеся около взятой точки C. Но сіи углы всѣ вмѣстѣ всегда имѣютъ 360° (§ 22); такъ ежели требуется сумма только тѣхъ угловъ, которые отъ сторонъ составляются; то надлежитъ изъ 180° числомъ сторонъ умноженныхъ вычесть 360°, то и получится искомое, напримѣръ: когда каждой шестіугольникъ имѣетъ шесть сторонъ; то въономъ 180° числомъ сторонъ умноженные = 1080°, и когда изъ сей суммы вычтутся 360°; то останется на сумму составленныхъ отъ сторонъ угловъ 720°. Самое же сіе можно сыскать краткимъ образомъ, ежели приведется на память, что каждой многоугольникъ ABCDE діагональными линѣями EB, EC раздѣляется на треугольники, которыхъ фиг: числомъ всегда бываетъ двумя меньше противъ 108. сторонъ того многоугольника; а въ каждомъ такомъ треугольникѣ всѣ углы вмѣстѣ имѣютъ 180° (§ 51), и всѣхъ сихъ треугольниковъ углы вмѣстѣ дѣлаютъ точно требуемые углы многоугольника, какъ видѣть можно; то по сему производится слѣдующее правило: вычти изъ числа сторонъ многоугольника число 2, остатокъ умножь 180ю; то получится требуемая сумма угловъ многоугольника. Понеже по обоимъ симъ дѣйствіямъ явно есть, что оныя не перемѣняются, хотя многоугольникъ будетъ правильной или неправильной; то явствуетъ, *что сумма помянутыхъ угловъ зависитъ только отъ числа сторонъ многоугольника.* И такъ помянутая сумма въ шестіугольникѣ имѣетъ 720°, хотя бы шестіугольникъ

угольникѣ былѣ правильной или неправильной, а вѣ семїугольникѣ 900°, хотя бы онѣ былѣ правильной или неправильной; что почитается за весьма изрядное и за общее свойство всѣхѣ многоугольниковѣ. Но понеже вѣ правильномѣ многоугольникѣ всѣ составляющїеся отѣ сторонѣ углы бываютѣ между собою равны; *то сыскивается каждой такой уголѣ правильнаго многоугольника дѣленїемѣ помянутой суммы на число сторонѣ*, потому что вѣ каждомѣ многоугольникѣ находится столько же угловѣ, сколько и сторонѣ.
фиг: 107. Вѣ семѣ случаѣ такой уголѣ, какѣ напримѣрѣ ABD или BDE получаетѣ особливое названїе, и именуется *уголѣ многоугольника* или *полигона*, *Angulus Poligoni*. И по сему основанїю зделана нижеслѣдующая табличка, вѣ которой вѣ перьвомѣ столбцѣ означено число сторонѣ многоугольника, во второмѣ сумма всѣхѣ угловѣ многоугольника содержащихся вѣ той многоугольной фигурѣ, а вѣ третьемѣ величина угла полигона вѣ означенномѣ правильномѣ многоугольникѣ.

III.	180°	60°	VIII.	1080°	135°
IV.	360	90	IX.	1260	140
V.	540	108	X.	1440	144
IV.	720	120	XI.	1620	$147\frac{3}{11}$
VII.	900	$128\frac{4}{7}$	XII.	1800	150

§ 79.

Вѣ каждомѣ многоугольникѣ хотя правильномѣ или неправильномѣ сумма всѣхѣ внѣшнихѣ угловѣ, которые дѣлаются

ющся отъ продолжительныхъ сторонъ, всегда бываетъ равна 360 градусамъ.

Положимъ напримѣръ данной неправильной семїугольникъ ABCDEFG, въ которомъ каждая сторона продолжена до a, b, c, d, f и g; отъ чего произошли внѣшнїе углы m, n, o, p, q, r, s; а всѣ сїи углы сложенные въ одну сумму, производятъ всегда 360°. Положимъ же, что данной многоугольникъ имѣетъ сторонъ числомъ n; то будетъ онъ имѣть и угловъ столько же n, а при каждомъ углѣ напримѣръ при B, уголъ полигона u со внѣшнимъ m содержитъ 180° (§ 21); то сумма внутреннихъ и внѣшнихъ угловъ будетъ равна 180° умноженнымъ числомъ сторонъ полигона, то есть 180 × n; а сумма угловъ половина есть (n—2) × 180 (§ 78), или 180 × n — 360; и такъ когда изъ суммы всѣхъ внѣшнихъ и внутреннихъ угловъ 180 × n, вычтется сумма угловъ полигона 180 × n—360; то въ остаткѣ будетъ только 360° на сумму всѣхъ внѣшнихъ угловъ. Сїе есть второе весьма изрядное и общее свойство всѣхъ многоугольниковъ, какого бы они званїя нибыли. *По сему правилу можно весьма способно повѣрять означенные на полѣ углы, точно ли они вымѣрены или нѣтъ?* Положимъ, что въ данномъ многоугольникѣ всѣ внутреннїе углы ABC, BCD и прочая вымѣрены; то надлежитъ къ каждому такому внутреннему углу искать внѣшней уголъ, вычитая оной изъ 180° (§ 21), и ежели сумма всѣхъ сихъ внѣшнихъ угловъ содержитъ 360°; то углы исправно вымѣрены, ежели же того нѣтъ, то погрѣшено. Можетъ же и сїе случиться, что хотя и погрѣ-

фиг: 109.

шность будетъ , а однако сумма исправно выходитъ , потому что въ семъ случаѣ отмѣряется одинъ внутренней уголъ столь великъ, сколь малъ другой. Но понеже сїе весьма рѣдко случается ; то можно на сїе повѣренїе надежно положиться. Но исправнѣе можетъ быть то повѣренїе, ежели всѣ внѣшнїе углы также вымѣрены будутъ, и потомъ разсмотрится , содержитъ ли каждой наружной съ внутреннимъ своимъ угломъ 180° или нѣтъ.

§ 80.

Фиг: 110. Около даннаго правильнаго многоугольника ABCDE кругъ начертить.

раздѣли которые нибудь подлѣ себя находящїеся углы полигона A и E, каждой пополамъ (§ 34) линѣями AF и EF, которыя прорѣжутся въ точкѣ F (§ 9) , и сїя точка F будетъ центръ требуемаго круга , которой радїусомъ FA или FE начертить должно. Понеже углы полигона A и E раздѣлены на двѣ равныя части, а уголъ полигона въ правильномъ многоугольникѣ бываетъ вездѣ одинакой (§ 73) ; то m=n , и такъ EF=AF ; того ради вышепоказанной кругъ пройдетъ чрезъ точки A и E (§ 10) По семъ надлежитъ провесть линѣю DF ; то въ обоихъ треугольникахъ AFE и EFD будетъ n=o , AE=ED , а EF обоимъ общая ; того ради сїи треугольники между собою равны (§ 25), слѣдовательно AF=DF , и такъ прежде начатой кругъ также пройдетъ чрезъ точку D. Такимже образомъ доказывается, что CF=AF, и BF=AF ; слѣдовательно помянутой кругъ чрезъ всѣ точки A , E, D , C, B, правильнаго

многого-

многоугольника проходитъ, и притомъ явно есть, *что около каждаго правильнаго многоугольника кругъ начертить можно.* По сему производится также слѣдующее правило, *какимъ образомъ въ каждомъ правильномъ многоугольникѣ наискорѣе сыскать можно уголъ полигона.* Понеже около центра F столько равныхъ угловъ находится, сколько правильная фигура сторонъ имѣетъ, а всѣ сіи углы вмѣстѣ содержатъ 360° (§ 22); то получится такой уголъ какъ q, когда 360° на число сторонъ раздѣлятся. Но понеже q съ m и n имѣютъ 180° (§ 51); то вычти q изъ 180, и тогда m+n, то есть n+o или искомой уголъ полигона AED останется, потому что уже доказано, что углы m, n, o, p между собою равны. Напримѣръ ежели бы надлежало сыскать уголъ полигона въ правильномъ двенатцатіугольникѣ; то должно раздѣлить 360 на 12, и такъ получится 30: сіе число 30 надобно вычесть изъ 180; то останется 150° на искомой уголъ полигона.

§ 81.

Когда потребно будетъ около неправильнаго четыреугольника или трапеція ABCD обвести кругъ, то надлежитъ оному трапецію быть такому, чтобъ оба противолежащіе углы a и b содержали 180°. фиг: 111.

Ибо когда около трапеція кругъ обвести надлежитъ; то долженъ сей кругъ проходить чрезъ всѣ точки A, B, C, D; и тогда уголъ BAD будетъ уголъ при окружности, которой

стоитъ на дугѣ DCB (§ 67). равнымъ образомъ и уголъ DCB будетъ уголъ при окружности же, которой стоитъ на дугѣ BAD (§ 67): того ради мѣра сихъ обоихъ угловъ будетъ половина суммы обѣихъ дугъ, на которыхъ стоятъ помянутые углы (§ 67). Но обѣ дуги, на которыхъ стоятъ вышепоказанные углы a и b составляютъ цѣлой кругъ или содержатъ 360°, чего половина 180°; того ради сумма обоихъ угловъ a и b равна 180°. По сему слѣдуетъ, *что когда a и b содержатъ вмѣстѣ 180°, тогда и оба угла m и n должны содержать также 180°*: ибо всѣ четыре угла сложенные въ одну сумму производятъ 360° (§ 78). Но когда оба угла a и b содержатъ 180°; то останется на прочїе оба угла m и n также 180°, которые они имѣть долженствуютъ. По сему видно, *когда можно чрезъ четыре данныя точки провесть кругъ, и когда не можно.* Ибо четыре данныя точки надлежитъ только соединить прямыми линѣями, чтобъ здѣлать четыреугольникъ ABCD, и примѣчать, содержатъ ли противолежащїе углы a и b, или m и n 180°; и буде содержатъ, то кругъ можно провесть чрезъ четыре данныя точки; ежели же не содержатъ, то круга провести не можно.

§ 82.

фиг: 112. Около даннаго круга EGFH начертить квадратъ ABCD.

Проведи чрезъ центръ I два дїаметра EF, GH, которые бы между собою перпендикулярно прорѣзывалися (§ 36), потомъ величиною радїуса IG, изъ точекъ F и G, E и G, E и H,

F

F и H, начерти дуги, которыя прорѣжутся въ точкахъ B, A, D, C, и проведи между прорѣзывающимися точками A, B, C и D прямыя линѣи, то требуемой квадратъ около круга начертится. Ибо вѣ дуги зделаны величиною радїуса; то IG, IF, FB, GB между собою равны. Но понеже при точкѣ I здѣланъ прямой уголъ; то IGBF есть квадратъ (§ 75), слѣдовательно при G находится также уголъ прямой IGB, и такъ линѣя AGB до круга касается въ точкѣ G (§ 66); но когда и у прочихъ квадратовъ AGIE, DEIH и FIHC тоже доказать можно; то явно есть, что около сего круга иной меньшей квадратъ начерченъ быть не можетъ, какъ сей, и слѣдовательно то все, что требовано, исполнено.

§ 83.

На данной линѣѣ AB начертить какой нибудь правильной многоугольникъ. фиг: 113.

Сперва сыщи требуемаго правилнаго многоугольника уголъ полигона ABC (§ 80), которой напримѣръ въ семїугольникѣ бываетъ во $128\frac{4}{7}$ градусовъ; по семъ на данной линѣѣ AB поставь уголъ ABC величиною равной найденному углу (§ 30), и здѣлай бокъ BC = BA; то произойдутъ три точки A, B и C; чрезъ сїи точки проведи кругъ (§ 65); то по свойству правильнаго многоугольника явно есть, что линѣю AB столько разъ на окружность круга перенести можно, сколько потребно, а когда сїе учинится, то правильной многоугольникъ соединенїемъ означенныхъ на окружности точекъ C, D, E, F, G прямыми линѣями начертится (§ 77). То же самое

можно

можно здѣлать и другимъ образомъ, а именно: когда на данной линѣѣ AB по обоимъ концамъ здѣлаются углы OAB и OBA равные половинѣ угла полигона; ибо оба бока AO, BO прорѣжутся въ точкѣ O, и въ сей точкѣ O будетъ центръ круга, которой радїусомъ OA начертить должно, чтобъ сторона AB столько разъ на него перенесена быть могла, сколько потребно. Понеже оба угла OAB и OBA здѣланы между собою равны, то OAB есть треугольникъ равнобедренной (§ 33), и такъ OA=OB, слѣдовательно изъ точки O можно начертить кругъ, которой чрезъ обѣ точки B и A пройдетъ (§ 10). И понеже сверьхъ сего уголъ OAB равенъ половинѣ угла полигона; то BAG есть цѣлой уголъ полигона (§ 80), и того ради можно линѣю AB столько разъ перенести на окружность круга, о сколькихъ сторонахъ въ разсужденїи помянутаго угла полигона многоугольникъ начертить надлежитъ.

§ 84

фиг: 113. Въ данномъ кругѣ начертить требуемой прáвильной многоугольникъ.

Явно сть, что въ каждомъ прáвильномъ многоугольникѣ вкругъ центра O находится столько угловъ, сколько прáвильной многоугольникъ сторонъ имѣетъ; и каждой такой уголъ называется *уголъ при центрѣ*, *Angulus ad Centrum*; а величина его находится такъ, когда 360 на число сторонъ раздѣлены будутъ, потому что всѣ углы около O вмѣстѣ содержатъ 360° (§ 22). Того ради надлежитъ искать требуемаго прáвильнаго многоугольника помянутой уголъ при

центрѣ,

центрѣ, и провесть изъ центра O двѣ линѣи OA и OB, которыя бы здѣлали помянутой уголъ (§ 30); то сїи линѣи окружность круга прорѣжутъ въ точкахъ A и B, и хорду AB на оную можно перенести столько разъ, сколько потребно; и такимъ образомъ требуемой пра́вильной многоугольникъ въ кругѣ начерченъ быть можетъ.

§ 85.

Около круга снаружи начертить какой нибудь пра́вильной многоугольникъ. Фиг: 114.

Начерти сперьва за́данной пра́вильной многоугольникъ внутри круга (§ 84), которой положимъ ABCDEFG, и проведи изъ всѣхъ угловъ радїусы CAa, CBb, CDd, CEe, CFf, CGg; посемъ прочерти линѣю ab, которая бы содержалась между обоими радїусами Ca и Cb, и съ AB была бы параллельна (§ 50), и касалася бы до круга только въ точкѣ M. равнымъ же образомъ поступай въ проведенїи около круга и прочихъ сторонъ BD, DE, EF, FG, GA; то явно есть, что такимъ образомъ многоугольникъ начертится, которой каждою своею стороною снаружи до круга касаться будетъ. А понеже всѣ стороны внѣшняго многоугольника съ сторонами внутренняго параллельны; то CAB = Cab (§ 48), и слѣдовательно углы полигона какъ внѣшняго такъ и внутренняго многоугольника всѣ между собою равны. И по той же причинѣ ab содержится къ bd такъ, какъ AB къ BD (§ 58): но понеже AB и BD здѣланы между собою равны; то ab и bd также между собою равны. И такъ по сему abdefg есть пра́вильной многоугольникъ.

§ 86.

§ 86.

фиг: 115. Въ пра́вильномъ шестїугольникѣ которая нибудь сторона AB, BD, DE, и проч: бываетъ всегда равна радїусу CB того круга, въ которомъ оной шестїугольникъ начерченъ будетъ.

положимъ начерченной внутри круга шестїугольникъ ABDEFG, и изъ центра C проведенные радїусы CA, CB; то найдется, что уголъ при центрѣ BCA долженъ содержать 60° (§ 84). Но понеже въ треугольникѣ ABC всѣ три угла вмѣстѣ содержатъ 180° (§ 51); то на оба угла CBA и CAB останется 120°. Но CB и CA между собою равны (§ 10), то углы B и A также между собою равны (§ 33); потому что каждой изъ нихъ содержитъ половину 120°, то есть 60 градусовъ: того ради въ треугольникѣ ABC всѣ три угла, также и всѣ три стороны между собою равны (§ 33), и слѣдовательно шестїугольника сторона AB равна CB, или CA, то есть радїусу около того шестїугольника обведеннаго круга. И по сему весьма легко *правильной шестїугольникъ въ кругѣ начертить можно*; ибо надлежитъ только взять радїусъ, которой точно шестью на окружность перенесенъ быть можетъ.

§ 87.

Изъ данныхъ въ непра́вильномъ многоугольникѣ всѣхъ сторо́нъ AB, BC, CD,
фиг: 116. DE, EF, FA, и изъ данныхъ всѣхъ дїагональныхъ линѣй AC, AD, AE, начертить многоугольникъ.

При-

При начерченіи хотя нѣсколькихъ многоугольниковъ очевидно явствуетъ, что во всякомъ изъ нихъ бываетъ діагональныхъ линѣй всегда меньше двумя противъ сторонъ того многоугольника. И когда всѣ стороны такой направильной фигуры, и всѣ діагональныя линѣи даны; то надлежитъ только одинъ треугольникъ на другомъ поставить (§ 40): напримѣръ изъ данныхъ трехъ линѣй AB, BC, AC, должно зделать треугольникъ ABC; изъ данныхъ трехъ линѣй AC, CD, AD, надлежитъ на прежнемъ начертить треугольникъ ACD и такъ далѣе; то напослѣдокъ начертится требуемая фигура.

§ 88.

Изъ данныхъ въ какой нибудь неправильной фигурѣ всѣхъ сторонъ и угловъ начертить фигуру. фиг: 116.

Понеже кромѣ сторонъ также и углы даны; то все дѣло только въ томъ состоитъ, чтобъ напримѣръ изъ двухъ данныхъ сторонъ AB, BC, и изъ даннаго угла ABC, начертить треугольникъ ABC (§ 31). Такожъ изъ данныхъ двухъ сторонъ BC, CD, и изъ даннаго угла BCD, треугольникъ BCD начертить можно; и ежели далѣе такимъ образомъ поступлено будетъ, то произойдетъ напослѣдокъ требуемая фигура. Присемъ не требуется, чтобъ знать всѣ углы, но можно довольствоваться тремя углами меньше, нежели сколько фигура сторонъ имѣетъ; и ежели кто въ семъ хотя малое упражненіе возъимѣетъ, тотъ въ скоромъ времени получитъ искусство въ томъ, сколько угловъ и сторонъ къ начерченію фигуры требуется, и что напримѣръ, *когда всѣ*

углы кромѣ одного вѣдомы, *то нужды нѣтъ въ двухъ сторонахъ*; есть еще много и иныхъ сему подобныхъ способовъ, которые упражненїемъ весьма ясно себѣ представить можно.

§ 89.

Сыскать площадь квадрата.

Здѣсь приступаемъ мы къ измѣренїю поверьхностей; а понеже ужé выше (§ 3) показано было, что мѣра долженствуетъ быть съ измѣряемою вещью всегда одинакаго роду; то явно есть, что поверьхности вымѣривать должно не линѣями, какъ то прежде при измѣренїи линѣй учинено было, но другими поверьхностями. Самая меньшая линѣйная мѣра называется скрупулъ (§ 3), то надлежитъ въ умѣ представить небольшой квадратъ, котораго каждая сторона длиною въ скрупулъ, и сей небольшой квадратъ называется *квадратной скрупулъ*, *Scrupulum Quadratum*. Потóмъ ежели представится въ умѣ другой квадратъ, котораго каждая сторона длиною будетъ въ линѣю, то такой квадратъ имянуется *квадратная линѣя*, *Linea Quadrata*. Посемъ буде представится небольшой квадратъ, котораго каждая сторона длиною въ дюймъ, то оной называется *квадратной дюймъ*, *Pollex Quadratus*, *Digitus Quadratus*. Такимже образомъ происходитъ изъ квадрата, котораго каждая сторона длиною въ футъ, *квадратной футъ*, *Pes Quadratus*. Напослѣдокъ, буде представится такой квадратъ, котораго каждая сторона длиною въ сажень, то раждается изъ сего *квадратная сажень*, *Pertica Quadrata*; и сїи квадратныя сажени, футы, дюймы, линѣи и

скрупулы

скрупулы суть мѣры, которыми всѣ поверьхности измѣрять должно, чего ради мѣры поверьхностей суть одинакаго роду съ самыми поверьхностями, потому что онѣ обѣ суть поверьхости; а однако линѣйная мѣра есть основанїемъ всѣхъ поверьхностныхъ мѣръ, какъ уже о томъ (§ 3) объявлено. Но чтобъ сыскать площадь квадрата или квадратъ вымѣрять, то надлежитъ вымѣрять одну его сторону AB, которую положимъ длиною въ 5 линѣй, и сїе число умножить самимъ собою, то выдетъ 25, которое произведенїе показываетъ, что данной квадратъ содержитъ 25. квадратныхъ линѣй. Понеже въ квадратѣ всѣ стороны между собою равны (§ 72); то явно есть, что DC, DA и CB столькоже частей содержатъ, сколько AB; когда всѣ сїи части соединятся поперешными линѣями, и буде положится, что линѣя AB пять частей имѣетъ, то произойдутъ пять рядовъ, какъ AHED, изъ которыхъ въ каждомъ пять небольшихъ квадратовъ одинъ на другомъ находятся; и такъ число всѣхъ сихъ квадратовъ, какой DEFG есть, пятью пять, то есть 25; слѣдовательно данной квадратъ состоитъ изъ 25 квадратныхъ линѣй, ежели части AH суть линѣи, или 25 квадратныхъ дюймовъ, буде помянутыя части дюймы будутъ, и такъ далѣе. Когда сторона квадрата умножится сама собою, то происшедшее произведенїе показываетъ содержанїе или площать онаго квадрата; такъ площадь квадрата ADCB изъявляется такимъ образомъ AB×AB, или короче такъ AB^2, причемъ въ верху положенное число 2 значитъ

фиг: 117.

то, что AB умножено квадратно. Въ Ариѳметикѣ производится квадратное число, когда каждое число умножено будетъ само собою; но понеже площадь квадрата въ Геометріи происходитъ такимже образомъ; то извѣстно, что всякое квадратное число въ Ариѳметикѣ можетъ изъявлено быть квадратною фигурою въ Геометріи, когда радиксъ квадратнаго числа́ возмется за сторону квадратной фигуры. Напослѣдокъ понеже сажень по Геометрической мѣрѣ имѣетъ 10 футовъ; то явно есть, что квадратная сажень есть такая поверьхность, которой каждая сторона въ 10 футовъ; того ради площадь квадратной сажени есть 10 ю 10, то есть 100 квадратныхъ футовъ, или 100 квадратныхъ футовъ составляютъ квадратную сажень. Ежели бы сажень имѣла 12 футовъ; то бы квадратная сажень состояла изъ 144 квадратныхъ футовъ. Но чтобъ остаться при Геометрической мѣрѣ, то содержитъ.

□ сажен:	□ футов:	□ дюймов:	□ линѣй,	□ скрупуловъ.
1 —	100 —	10000 —	1000000 —	100000000
	1 —	100 —	10000 —	1000000
		1 —	100 —	10000
			1 —	100

причемъ для краткости изъявляется квадратная сажень, квадратной дюймъ и далѣе, такъ: □ сажень, □ дюймъ и прочая. Посему видѣть можно, *какимъ образомъ каждую данную поверхностную мѣру должно приводить въ большія части*; напримѣръ, ежели дана будетъ площадь поверьхности состоящая въ 25697230861 квадратныхъ скрупуловъ, и потребуется, сколько

въ ней

въ ней находится квадратныхъ саженъ, футовъ и прочая, то надлежитъ вышеозначенное число раздѣлить на 10000000, то выдетъ 256 квадратныхъ саженъ, а останется 97230861 квадратныхъ скрупуловъ. Сїе число должно раздѣлить на 1000000, отъ чего получится 97 квадратныхъ футовъ, а въ остаткѣ будетъ 230861 квадратныхъ скрупуловъ; сїе надобно раздѣлить на 10000, послѣ чего произойдетъ 23 квадратныхъ дюйма, а останется 861 квадратныхъ скрупуловъ. Сей остатокъ надлежитъ раздѣлить еще на 100, то выдетъ 8 квадратныхъ линѣй, а въ остаткѣ будетъ еще 61 квадратной скрупулъ; такъ что во всей площади будетъ 265 □ саженъ, 97 □ футовъ, 23 □ дюйма, 8 □ линѣй, и 61 □ скрупулъ; по которому дѣйствїю видно, *что тожъ самое можно легче найти слѣдующимъ образомъ*: Ежели дана мѣра въ квадратныхъ скрупулахъ, то начиная съ конца числа отъ правой руки отрѣжъ четырежды по двѣ цыфры, такъ будутъ оба послѣднїя числа квадратные скрупулы, двѣ слѣдующїя квадратныя линѣи, и прочая, а переднїя всѣ, сколько ихъ тамъ ни найдется, будутъ квадратныя сажени, что означается такъ:

o ′ ″ ‴ IV □
256°, 97, 23, 08, 61.

но сїе отглавленїе употребляется только въ десятичной или Геометрической мѣрѣ.

§ 90.

Найти площадь продолговатаго четыреугольника или ректангула ABDC. фиг: 20

 смѣряй

Смѣряй обѣ стороны AB и AC, и сїи найденныя числа между собою умножь, то получится искомая площадь. Ибо когда такой ректангулъ также по числу найденныхъ частей на линѣяхъ AB и AC, раздѣлится поперешными линѣями на малые квадраты; то доказывается сїе также, какъ и прежде (§ 89). Напримѣръ положимъ $AB = 345''$, $AC = 123''$, то выдетъ площадь въ $42435''\square$, или въ $4^{\circ}, 24', 35''\square$. Вообще изъявляется площадь ректангула ABDC

фиг: такъ AB×AC, то есть AB умноженная на

118. AC. *Такъ ежели три линѣи AB, CD и EF будутъ между собою въ непрерывной пропорцїи; то будетъ AB : CD = CD : EF, то есть,* когда оба крайнїе и оба среднїе члены въ пропорцїи между собою умножатся, *то произойдетъ* $AB \times EF = CD^2$, *или ректангулъ здѣланной изъ обѣихъ крайнихъ линѣй AB×EF будетъ равенъ квадрату средней пропорцїональной линѣи* CD^2. Ежелиже даны будутъ четыре пропорцїональныя

фиг: линѣи HI, KL, MN и CE, то будетъ HI :

78. KL = MN : CE, или HI×CE = KL×MN, то есть, ректангулъ здѣланной изъ обѣихъ крайнихъ, будетъ равенъ ректангулу здѣланному изъ обѣихъ среднихъ пропорцїональныхъ линѣй. Сїе изъявляется вездѣ такимъ же образомъ, гдѣ будутъ пропорцїональныя линѣи.

§ 91.

фиг: Когда два параллелограмма ABCD и

119. EFCD имѣютъ одно основанїе CD, и находятся между двумя параллельными линѣями AF и CH; то бываютъ

оные

оные параллелограммы межбу собою равны.

Понеже сїи фигуры суть параллелограммы, то AC=BD, AB=CD, EF=CD, того ради AB=EF, также и CE=DF (§ 72), слѣдовательно, когда къ AB и EF по обѣимъ сторонамъ придастся BE, то будетъ AE=BF, чего ради въ обоихъ треугольникахъ ACE и BDF, AC=BD, AE=BF, а CE=DF, слѣдовательно сїи оба треугольника между собою равны (§ 26). А когда отъ обоихъ сихъ равныхъ треугольниковъ отъимется общая часть BGE, и придастся къ каждому общая же часть GCD; то произойдетъ въ одномъ мѣстѣ параллелограммъ ACDB, а въ другомъ параллелограммъ CDF, которые оба долженствуютъ быть между собою равны. Здѣсь теперь явно есть, что окружность параллелограмма CEFD гораздо больше, нежели окружность параллелограмма ABCD, и что оной по изволенїю еще больше можно здѣлать, ежели только линѣи CE и DF еще косѣе начертятся. Такъ можно статься, что два поля или два города имѣющїе видъ параллелограмма *по своей величинѣ могутъ быть между собою равны, а по окружности весьма различны.*

§ 92.

Найти площадь ромбоида и ромба. фиг: 120.

Данной ромбоидъ пускай будетъ ABCD, то надлежитъ продолжить его сторону DC до точки E, и провесть изъ A и B перпендикулярныя линѣи BF, AE (§ 52). Понеже обѣ стороны AB и CD между собою параллельны (§ 72); то и продолженная сторона DE съ AB также

параллельна, слѣдовательно находятся два параллелограмма, а именно ректангулъ ABFE, и ромбоидъ ABDC, которые оба стоятъ на одномъ основанiи AB, и находятся между параллельными линѣями AB и ED. Но понеже такiе два параллелограмма между собою равны (§ 91); то надлежитъ сыскать площадь только сего ректангула, чтобъ узнать площадь рамбоида. Но площадь ректангула есть AB×BF (§ 90), но AB есть основанiе, а BF высота ромбоида; то происходитъ изъ сего слѣдующее правило: умножь основанiе ромбоида его высотою, то выдетъ площадь онаго; по семуже правилу *сыскивается площадь и ромба*. Понеже здѣсь говорено о высотѣ фигуры, то должно изъяснить, что такая есть высота. *Высота* называется каждаго параллелограмма линѣя FB, которая изъ взятой по изволенiю точки на параллельной сторонѣ CD опущается перпендикулярно на основанiе AB, а *высота* треугольника есть прямаа линѣя, которая
фиг: 121. изъ самой верхней точки C, которая *верхъ* называется, на противолежащую сторону или на основанiе проводится перпендикулярно, хотя она въ самомъ треугольникѣ или внѣ онаго на продолженное основанiе упадаетъ; такъ CD и CD суть двѣ высоты треугольниковъ ABC и ABC.

§ 93.

фиг: 122. Треугольникъ ABC бываетъ всегда половина параллелограмма ABГC, которой съ нимъ одинакое основанiе AB, и одинакую высоту CE, имѣетъ.

Надлежитъ провесть CD съ AB, и BD съ AC, параллельно, чтобъ сiи обѣ линѣи между собою прорѣ-

прорѣзались въ точкѣ D; то произойдутъ отъ того два треугольника ABC и DBC, въ которыхъ для параллельныхъ линѣй, уголъ m равенъ углу n, а уголъ o равенъ углу p, (§ 48); да сверьхъ сего имѣютъ сіи треугольники еще сторону BC общую; того ради оные между собою во всемъ равны (§ 27), слѣдовательно BD = AC, а CD = AB, чего ради ABDC есть параллелограммъ (§ 72), которой съ треугольникомъ имѣетъ одинакое основаніе и одинакую высоту, а CB есть діагональная линѣя (§ 73). Но понеже параллелограммъ діагональною линѣею раздѣляется на двѣ равныя части (§ 74), то опять явно есть, что треугольникъ ABC есть половина параллелограмма ABDC; посему слѣдуетъ, *что два треугольника CBD и CFD, имѣющіе одинакое основаніе CD, и находящіеся между двумя параллельными линѣями CH и AF бываютъ между собою равны.* Ибо когда изъ помянутыхъ треугольниковъ здѣлаются параллелограммы ABDC и EFDC, то будутъ оные также между собою равны (§ 91), а треугольники CBD и CFD сихъ равныхъ параллелограммовъ суть половины; и такъ треугольники имѣющіе помянутыя обстоятельства между собою также равны бываютъ. Фиг: 199.

§ 94.

Сыскать площадь треугольника.

Понеже треугольникъ есть половина параллелограмма, которой съ нимъ имѣетъ одинакое основаніе и одинакую высоту (§ 93); а площадь параллелограмма находится такъ, когда осно-

ваніе

ваніе его умножится высотою (§ 92); то надлежитъ для сысканія треугольнику площади только опустить изъ верьхней точки С на основаніе АВ перпендикулъ СЕ, (§ 37). Сей перпендикулъ умножь основаніемъ АВ, и произведенія возьми половину. Напримѣръ положимъ АВ = 342″, СЕ = 234″, которыхъ произведеніе есть 80028, а половина сего 4°, 00′, 14″□ есть площадь треугольника АВС. И такъ площадь треугольника, котораго АВ есть основаніе, а СЕ высота, изъявляется вообще сими знаками: $\frac{AB \times CE.}{2}$ Посему слѣдуетъ и то, *когда площадь треугольника раздѣлится на половину основанія, то въ частное число произойдетъ высота треугольника.*

§ 95.

Найти площадь каждаго многоугольника.

Данной многоугольникъ раздѣли діагональными
фиг: линѣями АС, AD на треугольники, и ищи
123. каждаго такого треугольника площадь (§ 94), а какъ найдутся всѣ сіи площади, то оныя сложи въ одну сумму, которая дастъ искомую площадь многоугольника. *При измѣреніи трапецїя можно имѣть сїю способность, что поло-*
фиг: *вина дїагональной линѣи АС множится суммою*
124. *обѣихъ высотъ DE и BF.* Но когда сверьхъ сего каждая правильная фигура раздѣляется радіусами на столько равныхъ равнобедренныхъ треугольниковъ, сколько оная фигура сторонъ имѣетъ: то надлежитъ сыскать площадь только одного
фиг: такого треугольника AFB (§ 94), и оную
110. умножить

умножить числомъ сторонъ, то такимъ образомъ получится площадь заданнаго правильнаго многоугольника.

§ 96.

Данной треугольникъ ABC, превратить въ квадратъ, которой бы площадью своею былъ равенъ данному треугольнику. фиг: 125.

Опусти перпендикулъ CD на основанiе AB (§ 37), раздѣли оной пополамъ, и перенеси половину на продолженную сторону AB отъ B до E. Изъ E проведи перпендикулярную линѣю BF (§ 36), и начерти на дïаметрѣ AE полукружïе ACFE, которое прорѣжетъ перпендикулярную линѣю въ F, и BF будетъ сторона искомаго квадрата. Ибо по сему начерченïю явствуетъ, что BF между AB и BE есть средняя пропорцïональная линѣя (§ 68); то $AB : BF = BF : BE$; но $BE = \frac{1}{2}CD$; то выдетъ сïя пропорцïя $AB : BF = BF : \frac{1}{2}CD$, и слѣдовательно $BF^2 = \frac{AB \cdot CD}{2}$, то есть, квадратъ BF есть равенъ треугольнику ABC (§ 89. 94).

§ 97

Площадь круга AB есть равна площади треугольника ABC, котораго основанïе AB есть окружность круга, а высота DC помянутаго круга радïусъ. фиг: 126.

Положимъ, что вся окружность круга раздѣлена на безконечно многïя малыя частицы, какова ab есть, и что ко всѣмъ раздѣляющимъ точкамъ проведены радïусы Ca, Cb, то произойдетъ изъ того безконечное множество малыхъ треугольниковъ,

угольниковъ, каковъ aCb есть, которые всѣ вмѣстѣ составляютъ площадь круга. Но понеже линѣя ab взята такъ мала, что она кривизны почти никакой не имѣетъ, и можно оную почесть за весьма малую прямую линѣю, и слѣдовательно уголъ aCb не имѣетъ почти никакого отверстїя; то изъ обоихъ угловъ Cab и Cba есть каждой прямой (§ 51), и такъ Cb, или Ca, то есть радїусъ есть высота такого треугольника; чего ради площадь его $= \frac{ab. Cb}{2}$ (§ 94). Изъявимъ число всѣхъ сихъ треугольниковъ литерою m, а понеже подъ литерою m взятое по изволенїю большое число, напримѣръ 1000000 разумѣть можно; то площади всѣхъ сихъ треугольниковъ вообще, то есть площадь всего круга будетъ $\frac{m. ab. Cb}{2}$. Но m. ab есть нечто иное, какъ окружность круга; того ради площадь круга $= \frac{окруж : \times Cb}{2}$, то есть треугольнику ABC. *И такъ посему слѣдуетъ, какъ надлежитъ найти площадь круга.* А именно окружность круга умножь радїусомъ, произведенїе раздѣли пополамъ, частное число покажетъ площадь круга (§ 94). Ежели положится окружность круга по ея длинѣ въ 314″, а радїусъ въ 50″, то будетъ произведенїе 15700, сего половина 7850, такъ будетъ площадь круга 78′, 50″ □. А какимъ образомъ окружность находить должно, то о томъ ниже (§ 103) объявлено будетъ. По всему вышеписанному явствуетъ, какъ въ семъ поступать надлежитъ, когда кругъ въ треугольникъ перемѣнить должно; и понеже каждой треугольникъ

никъ въ квадратъ превратить можно (§ 96): то явно есть, какъ оной надлежитъ здѣлать, чтобъ кругъ перемѣнить въ равномѣрной ему квадратъ; которая задача квадратура круга называется, но изъ древнихъ лѣтъ по сїе время еще никѣмъ не разрѣшена, хотя многїе и по большой части въ Геометрїи весьма искусные люди, къ рѣшенїю сей задачи приступали. А все то, о чемъ теперь говорено, состоитъ только въ томъ, чтобъ найти окружность круга по совершенной Геометрической строгости; и такъ когда будетъ извѣстна окружность, то знаемъ будетъ и треугольникъ, слѣдовательно дастся и квадратъ со всѣми обстоятельствами, которыя требуются по Геометрїи.

§ 98.

Длина окружности каждаго круга AaD содержится къ длинѣ окружности другаго круга BbE, какъ радїусъ перваго круга CA къ радїусу втораго круга CB. фиг: 127.

Изъ центра C надлежитъ провесть два радїуса CA, Ca, то оные внутренней кругъ, которой съ наружнымъ изъ одного центра начерченъ, прорѣжутъ въ точкахъ B и b, и здѣлаютъ между собою уголъ ACa, которой безмѣрно малъ, то можно Bb и Aa почесть за двѣ наималѣйшїя прямыя линѣи. А ежели обѣ сїи прямыя линѣи Bb и Aa продолжатся: то сїи продолженныя линѣи коснутся до круга только въ наималѣйшихъ частицахъ Aa и Bb, то есть онѣ будутъ касательныя линѣи точекъ A и B (§ 66). А каждая

касатель-

касательная линѣя съ проведеннымъ къ касательной точкѣ радїусомъ дѣлаетъ прямой уголъ (§ 66), то въ обоихъ треугольникахъ CAa и CBb углы B, b, A, a, суть углы прямые, и слѣдовательно между собою равны (§ 20); а уголъ C обоимъ треугольникамъ общей; и того ради оба наималѣйшїе треугольники CAa и CBb между собою подобны (§ 58); и такъ Bb : Aa = CB : CA. Но понеже угла C мѣра какъ дуга Bb такъ и дуга Aa (§ 18); то будетъ Bb : къ окружности BbE = Aa : къ окруж. AaD, или также Bb : Aa = окружн. BbE : къ окружн. AaD (§ 17), Но прежде было Bb : Aa = CB : CA; такъ изъ сихъ обѣихъ пропорцїй выдетъ третья, окруж. BbE : къ окруж. AaD = CB : CA, или также и сїя: окружн. BbE : CB = окружн. AaD : CA. Посему явствуетъ, *что окружность каждаго круга содержится къ своему радїусу въ такой пропорцїи, какъ окружность другаго круга къ его радїусу*, и ежели найдена сїя пропорцїя въ одномъ кругѣ; то сыскана она также и во всѣхъ другихъ кругахъ. Посему ясно видѣть можно, какимъ образомъ должно начертить кругъ такой, *котораго бы окружность содержалася къ окружности даннаго круга по данной пропорцїи.* Положимъ данной кругъ BbE, и надлежитъ начертить другой кругъ AaD, котораго бы окружность содержалась къ окружности прежняго такъ, какъ 41 къ 30; то надлежитъ раздѣлить только радїусъ даннаго круга CB на 30 равныхъ частей и оной продолжить, чтобъ въ CA находилось такихъ частей 41, и потомъ радїусомъ CA начертить окружность AaD, которая съ прежнею окружностїю будетъ имѣть требуемую пропорцїю.

§ 99.

§ 99.

Площадь части круга ABC, которая заключается между двумя радїусами CA и CB, и между дугою AB, бываетъ равна треугольнику, котораго основанїе есть длина дуги, а высота радїусъ. фиг: 128.

Ежели на дугѣ возмется частица Aa самая малая, такъ чтобъ Aa можно было почесть за наималѣйшую прямую линѣю, то площадь треугольника будетъ $ACa = \frac{Aa. CA}{2}$ (§ 97). Положимъ, что вся поверьхность ACB состоитъ изъ нѣкотораго числа такихъ малыхъ треугольниковъ, и иное число означимъ литерою n; то площадь ACB будетъ $= \frac{n. Aa.\ AC.}{2}$ Но n. Aa есть нечто иное, какъ дуга AB; слѣдовательно искомая площадь есть $= \frac{AB.\ AC}{2}$, или равна такому треугольнику, котораго основанїе есть дуга AB, а высота радїусъ (§ 94). Такая часть круга, какая ACB, называется особливымъ именемъ *секторъ круга. Слѣдовательно посему видно, какъ надлежитъ находить площадь сектора*, по данной дугѣ AB, и по данному радїусу CA.

§ 100.

Въ каждомъ прямоугольномъ треугольникѣ ACB оба квадрата обѣихъ сторонъ AC фиг: и CB вмѣстѣ, бываютъ равны одному 129. квадрату ипотенузы AB

Понеже ACB есть прямой уголъ, то можно на линѣѣ AB начертить полукружїе, которое пройдетъ чрезъ точку C (§ 67). Того ради проведемъ полу-

полукружіе, и опустивъ изъ C на AB перпендикулярную линѣю CD (§ 37), чтобъ произошли три прямоугольные треугольника ACB, ADC, и CDB. въ обоихъ треугольникахъ ACB и ADC уголъ m общей, q и ACB углы прямые, то есть, они между собою равны (§ 20); и потому третей уголъ p равенъ третьему углу n (§ 51), слѣдовательно сіи оба треугольника ACB и ADC между собою подобны (§ 58), или $AB : AC = AC : AD$, и такъ $AC^2 = AB . AD$. Посемъ также въ обоихъ треугольникахъ ACB и CDB опять уголъ p общей, r и ACB углы прямые, то есть между собою равны (§ 20), и потому также третей уголъ o равенъ третьему углу m (§ 51), слѣдовательно сіи оба треугольника ACB и CDB также между собою подобны (§ 58), или $AB : BC = BC : BD$: и такъ $BC^2 = AB . BD$. Чего ради $AC^2 + BC^2 = AB . AD + AB . BD = AB . (AD + BD)$. Но $AD + DB = AB$, то $AC^2 + BC^2 = AB . AB$, или $AC^2 + BC^2 = AB^2$. Сіе главное Геометрическое предложеніе изобрѣлъ Пифагоръ, которой предъ симъ временемъ больше нежели за 2000 лѣтъ жилъ, и по его имени еще и по нынѣ называется оно *предложеніемъ Пифагоровымъ*. Для несравненной пользы, которую оно во всей Геометріи имѣетъ, именуется отъ нѣкоторыхъ также *Magister Matheseos*, то есть, *мастерское въ Геометріи предложеніе.* Помощію сего можно *столько квадратовъ превратить въ одинъ, сколько потребно.* Напримѣръ, даны три квадрата A, B, C, изъ которыхъ одинъ здѣлать надлежитъ; то возь-
фиг: 130. 131. ми стороны CD и AB, поставь оныя между собою подъ

подъ прямымъ угломъ IGH, и проведи ипотенузу IH, на которой буде начертится квадратъ, то онъ обоимъ квадратамъ A и B будетъ равенъ. На HI поставь опять подъ прямымъ угломъ сторону EF, и проведи ипотенузу KH, то на KH здѣланной квадратъ D, величиною будетъ равенъ тремъ даннымъ квадратамъ A, B и C, что все по вышеписанному предложенїю ясно видѣть можно. Ежели въ прямомъ углѣ BAF возмется сторона AB какой нибудь величины, напримѣръ 1, и AC здѣлается ей равная; то опять явно есть, что ипотенуза BC есть радиксъ квадратной изъ AB^2+AC^2, то есть изъ $1+1$, или изъ 2, которой радиксъ квадратной въ Ариѳметикѣ такъ означается: $\sqrt{2}$. Хотя въ Ариѳметикѣ квадратнаго радикса изъ 2 точными цѣлыми числами никакъ изъявить не можно; однакожъ въ Геометрїи помянутой радиксъ точною линѣею, а именно BC изображенъ быть можетъ. Ежели здѣлается $AD=BC$, то ипотенуза $BD=\sqrt{(1+2)}=\sqrt{3}$; а когда здѣлается $AE=BD$, то ипотенуза $BE=\sqrt{(1+3)}=\sqrt{4}=2$; буде же напослѣдокъ возмется $AF=BE$, то ипотенуза $BF=\sqrt{5}$, почему ужѐ довольно видно, *коимъ образомъ всѣ такїя части, изъ которыхъ по Ариѳметикѣ радикса извлечь не льзя, въ Геометрїи изъявить можно.* Напослѣдокъ, понеже въ каждомъ квадратѣ какъ HKLM стороны HK и KL между собою равны; то дїагональная линѣя $HL=\sqrt{(HK^2+HK^2)}=\sqrt{2HK^2}=HK\sqrt{2}$, слѣдовательно содержится HK

фиг: 132.

фиг: 131.

къ $HL = HK : HK\sqrt{2} = 1 : \sqrt{2}$; но понеже никакого опредѣленнаго числа назначить не можно, которое бы было знаменателемъ содержанія между 1 и $\sqrt{2}$; то $\sqrt{2}$ съ 1 не имѣетъ никакого сходства, и понеже такія два числа называются нераздѣлимыя; то явственно есть, *что діагональная линѣя и стороны квадрата между собою нераздѣлимыя же.* По сему также доказать можно,
фиг: 130. *что квадратъ, которой доставится на діагональной линѣѣ GF даннаго квадрата EFGH, будетъ точно величиною равенъ данному квадрату.* Ибо посилѣ сего предложенія $GF^2 = GE^2 + EF^2$, но понеже GEFH есть квадратъ, то $GE = EF$ (§ 72), и такъ $GF^2 = GE^2 + GE^2$, или $GF^2 = 2\,GE^2$. Помощію сего предложенія также *можно изъ данныхъ двухъ сторонъ въ каждомъ прямоугольномъ треугольникѣ всегда сыскать третью незнаемую сторону*, складывая или вычитая между собою квадраты обѣихъ данныхъ сторонъ, и извлекая квадратной радиксъ изъ суммы или изъ остатку, что каждой немного подумавши легко усмотрѣть можетъ. Наконецъ слѣдуетъ по сему предложенію весьма
фиг: 133. легкой способъ, *какъ на концѣ линѣи AB доставить перпендикулярную линѣю:* Отъ точки A до D намѣть по изволенію 5 частей равной величины; изъ нихъ возьми три части на линѣю AB, четыре на линѣю AC и пять на линѣю BC, и начерти циркуломъ примѣняяся къ величинѣ AC и BC, изъ A и B дуги, и проведи линѣю CA; то будетъ оная стоять перпендикулярно на линѣѣ AB. Понеже $AB = 3$, $AC = 4$,

а BC

а ВС = 5, то сумма квадратовъ обѣихъ сторонъ АВ и АС есть равна одному квадрату стороны ВС, потому что 9 + 16 = 25; такъ АВС есть треугольникъ прямоугольной, и слѣдовательно у точки А стоитъ прямой уголъ.

§ 101

По да́нномъ въ кругѣ радїусу СА, и по да́нной хордѣ АВ сыскать хорду AD приличную половинѣ дуги ADB. Фиг: 134.

Данную хорду АВ раздѣли на двѣ равныя части АЕ и ЕВ (§ 35), и проведи изъ центра С чрезъ Е радїусъ CED, которой станетъ на АВ перпендикулярно, и уголъ АСВ раздѣлитъ на двѣ равныя части (§ 62), слѣдовательно дуга AD будетъ равна дугѣ DB (§ 17). Теперь положимъ, что радїусъ АС раздѣленъ на 1000 частей, а уголъ АСВ содержитъ 60 градусовъ; то и хорда АВ будетъ имѣть также 1000 частей (§ 86). Но понеже АЕ = ЕВ, то АЕ = 500. Но АСЕ есть треугольникъ прямоугольной, и такъ $AE^2 + EC^2 = AC^2$ (§ 100), или $EC^2 = AC^2 - AE^2$, $= 1000000 - 250000 = 750000$, ежели изъ 750000 извлечется радиксъ квадратной, то будетъ EC = 866, но когда CD = 1000, а EC = 866, то DE = 1000 − 866 = 134. Но понеже AED есть также треугольникъ прямоугольной, то въ немъ $AE^2 + DE^2 = AD^2$, то есть $AD^2 = 250000 + 17956 = 267956$; по извлеченїи изъ сего числа́ квадратнаго радикса получится искомая хорда AD въ 30 градусовъ = 517. Такимъ же образомъ рѣшится сїя задача и въ другихъ случаяхъ.

§ 102

По данному радіусу въ кругѣ сыскать величину окружности тогоже круга.

Положимъ, какъ выше показано, уголъ ACB въ 60 градусовъ, то AB будетъ сторона правильнаго шестіугольника, которой въ семъ кругѣ начерченъ быть можетъ (§ 86). Положимъ еще, что радіусъ также раздѣленъ на 1000 чачтей; и по симъ даннымъ сыщи сперва хорду AD приличную половинѣ угла ACB (§ 101), которая найдется 517, и будетъ она сторона правильнаго двенатцатіугольника, которой внутри круга начертить можно. Такимже образомъ находится по данной хордѣ AD, и по томуже радіусу новая хорда AG, которая также прилична половинѣ угла ACD, и будетъ имѣть 260 такихъ частей, какихъ 1000 радіусъ въ себѣ содержитъ, и будетъ сторона правильнаго многоугольника, которой внутри сего круга начертится, о дватцати четырехъ сторонахъ. Сіе дѣйствіе надлежитъ продолжать до тѣхъ поръ, пока вездѣ половиннымъ разсѣченіемъ угловъ напослѣдокъ сыщется сторона такого правильнаго многоугольника, которой напримѣръ будетъ имѣть миліонъ сторонъ. Но понеже стороны правильнаго многоугольника въ миліонъ угловъ съ окружностію круга почти совершенно сходствуютъ, то надлежитъ только найденную сторону правильнаго многоугольника въ миліонъ угловъ умножить числомъ сторонъ, то получится почти точная окружность даннаго круга, я говорю почти точная для того, что еще и по сіе время ни одинъ человѣкъ окружности круга по надлежащей совершенности

найти

найти не могъ, хотя многїе, а паче въ Геометрїи искусные люди уже изъ давныхъ временъ о томъ великое старанїе имѣли. Сїя задача, что окружность круга перемѣнить или развесть въ прямую линѣю, называемся *Rectificatio Circuli*, то есть *спрямленїе круга*. И понеже по данной окружности кругъ весьма легко можно перемѣнить въ треугольникъ и въ квадратъ (§ 97), то посему довольно видно, что оной извѣстной вопросъ о квадратурѣ круга основанїе свое имѣетъ на спрямленїи окружности. И такъ ежели помянутое дѣйствїе продолжится до милїона сторонъ, а потомъ еще далѣе, то легко можно видѣть по свойству внутри круга начерченнаго многоугольника, что сумма его сторонъ долженствуетъ быть всегда нѣсколько меньше самой окружности. Такожъ явно есть, что суммѣ сторонъ около круга начерченнаго многоугольника въ милїонъ угловъ надлежитъ быть нѣсколько больше самой окружности, и того ради изъ давныхъ временъ славные Геометры старанїе имѣли о исчисленїи сторонъ, какъ внутри такъ и около круга начерченныхъ о великомъ множествѣ сторонъ правильныхъ многоугольниковъ, и потомъ между происшедшею отъ сторонъ обоихъ многоугольниковъ суммою среднее число брали. Древнїй Геометръ, которой какъ извѣстно, принимался за сїе исчисленїе, былъ Архимедъ, и жилъ за 200 лѣтъ до рождества Христова. Сей рассматривая внутри круга, такожъ и около его начерченной о 96 углахъ многоугольникъ, нашолъ, что ежели дїаметръ будетъ имѣть 7 частей, то оныхъ частей въ окружности будетъ почти

22, которую пропорцію еще и понынѣ многіе употребляютъ. Ибо, какъ прежде (§ 98) показано, когда въ кругѣ пропорція радіуса или діаметра къ его окрусности вѣдома; то оная знаема будетъ также и во всѣхъ кругахъ. Но ежели останемся мы при нашемъ примѣрѣ правильнаго многоугольника о дватцати четырехъ сторонахъ, то найдется въ одной его сторонѣ 260 такихъ частей, какихъ радіусъ 1000 имѣетъ. И буде положится, что сторона такого о дватцати четырехъ сторонахъ многоугольника сходствуетъ съ начерченною около ея дугою, то будетъ сумма сихъ сторонъ 260, умноженныхъ 24 мя, то есть 6240; и потому діаметръ будетъ содержаться къ окружности такъ какъ 2000 къ 6240, или когда оба числа раздѣлятся на 40, какъ 50 къ 156, то есть, какъ 7 къ $21\frac{21}{25}$. Сія пропорція почти сходна съ тою, которую произвелъ Архимедъ по многоугольнику о 96 сторонахъ; то явно есть, что сторона правильнаго многоугольника о дватцати четырехъ углахъ весьма много разнится отъ начерченной около ея дуги, хотя какъ сторона такъ и круговая дуга, кажутся величиною одинакія. Того ради надлежитъ, для полученія совершеннѣйшей пропорціи, взять такой многоугольникъ, которой бы имѣлъ сторонъ гораздо больше, и потому произвесть требуемую пропорцію; но такая пропорція уже отъ многихъ сыскана въ самыхъ большихъ числахъ, которыя здѣсь предъявить запотребно не разсуждаемъ, такожъ оныя и къ дѣлу неспособны. Въ меньшихъ числахъ нашолъ Людолфъ Цейленъ пропорцію діаметра къ его окружности, какъ 100 къ 314 или совершен-

совершенѣе какъ 100000 къ 314159; а Адріанъ Мецій сыскалъ какъ 113; 355; сія послѣдняя пропорція есть точнѣйшая и совершеннѣйшая изъ всѣхъ, которыя въ малыхъ числахъ даны быть могутъ.

§ 103.

По данному діаметру въ кругѣ сыскать его окружность и площадь.

Понеже извѣстно есть, что діаметръ въ каждомъ кругѣ содержится къ своей окружности такъ, какъ 113 къ 355 (§ 102); то найдется окружность каждому данному кругу по правилу тройному. Напримѣръ, буде положится данной кругъ такой, котораго діаметръ содержитъ въ себѣ 10 футовъ, и спросится, во сколько футовъ окружность будетъ; то надлежитъ положить числа такъ 113 : 355 = 10, и по симъ искать четвертое пропорціональное число, которое найдется $31\frac{47}{113}$ футовъ на окружность (§ 98). И когда окружность по вышеписанному правилу найдена будетъ, то надлежитъ оную половиною радіуса или четвертою частью діаметра умножить, чтобъ произошла площадь круга (§ 97). Такъ когда діаметръ круга положится b, то будетъ окружность $= \frac{355 \cdot d}{113}$, слѣдовательно площадь $= \frac{355 \cdot d \cdot d}{113 \cdot 4}$. Положимъ діаметръ большаго круга D, то будетъ его площадь $= \frac{355 \cdot D \cdot D}{113 \cdot 4}$, и потому площади содержатся между собою такъ какъ $= \frac{355 \cdot d^2}{113 \cdot 4} : \frac{355 \cdot D_2}{113 \cdot 4}$, то есть, какъ $d^2 : D^2$ или *площади двухъ разныхъ круговъ содержатся между собою такъ, какъ квадраты ихъ діаметровъ, или какъ квадраты ихъ радіусовъ*,

что легко и по сему предложенію слѣдуетъ. Когда діаметръ круга содержитъ 113 частей; тогда окружность имѣетъ оныхъ 355, и такъ площадь сего круга есть $= \frac{113 \cdot 355}{4}$, а квадратъ діаметра есть 113. 113, *и потому въ каждомъ кругѣ квадратъ діаметра содержится къ площади круга такъ, какъ* 113. 113 : $\frac{113 \cdot 355}{4}$ *то есть, какъ* 452 *къ* 355, по которой пропорціи площадь круга другимъ способомъ найти можно. Напослѣдокъ, ежели потребно знать пло-
фиг: 135. щадь внутренняго круга EFGH, то вычти меньшой кругъ изъ внѣшняго и большаго круга ABCD, *и такъ останется площадь кольца*, AEFBGCHD.

§ 104.

По данной площади круга сыскать его діаметръ.

Понеже площадь круга къ квадрату діаметра содержится такъ, какъ 355 къ 452 (§ 103); то надлежитъ по даннымъ тремъ числамъ 355, 452, и по площади искать четвертое пропорціональное число, которое будетъ квадратъ діаметра; и того ради должно изъ того извлечь радиксъ квадратной, и такъ произойдетъ діаметръ.

§ 105.

фиг: 134. По данному радіусу CA въ кругѣ и по данному содержанію дуги AB ко всей окружности сыскать площадь сектора ACB.

Какъ 113, 355, и къ двойному радіусу сыщи четвертое пропорціональное число, которое изъ-

явитъ

явитъ окружность (§ 103). Положимъ, что вся окружность содержится къ дугѣ AB такъ, какъ 17 къ 2, то ищи опять къ 17, 2, и къ найденной окружности четвертое пропорцiональное число, которое покажетъ величину дуги AB. Величину сей дуги AB умножъ радiусомъ, произведенiе раздѣли на 2, то произойдетъ площадь сектора (§ 99) Понеже содержанiе дуги AB къ цѣлой окружности есть не что иное, какъ мѣра угла ACB, которой дѣлаетъ секторъ (§ 17), то можно площадь сектора сыскать еще и такимъ образомъ, ежели уголъ ACB данъ будетъ въ градусахъ. И буде положится сей уголъ величиною въ 60 градусовъ, то будетъ его содержанiе къ цѣлой окружности такъ, какъ 60 къ 360, то есть какъ 1 къ 6. Но мы здѣсь удержимъ самые градусы, и ежели напримѣръ положится радiусъ въ 600'', то дѣйствiе производится слѣдующимъ образомъ:

113 : 355 — 1200''
1200
―――
710
355
―――
113) 426000 † 3769''' окружность
339
870
791
―――
790
678
―――
1120
1117
―――
3

360° : 60° = 3769
60

360) 226140 | 628''' дуга
21601 | 600
1014 | 376800
720 |
2940 18' 84'' 00''' □ (2
2880
60

И такъ площадь даннаго сектора равна 18 квадратнымъ футамъ и 84 квадратнымъ дюймамъ. Но чтобъ въ каждомъ секторѣ величину дуги АВ по угу сектора АСВ, не дѣлавши найти; то сочинена слѣдующая табель, въ которой показано, сколько каждая дуга такихъ частей имѣетъ, какихъ діаметръ 100000 тогоже круга содержитъ. А какимъ образомъ здѣлана сія табель, то по слѣдующему усмотрѣть можно. Ибо ежели діаметръ 100000 содержитъ, то въ скружности будетъ такихъ частей 314159 (§ 102), и говорится по правилу тройному такъ 360 градусовъ даютъ 314159, что дадутъ 1°, 2°, 3°, и такъ далѣе, то произойдетъ слѣдующая табель:

НА ГРАДУСЫ:

градусы	части діаметра	градусы	части діаметра
1	872	20	17453
2	1745	30	26179
3	2617	40	34906
4	3490	50	43633
5	4363	60	52359

На

НА ГРАДУСЫ:

градусы	ча́сти дїаметра	градусы	ча́сти дїаметра
6	5235	70	61086
7	6108	80	69813
8	6981	90	78539
9	7853	100	87266
10	8726	360	314159

НА МИНУТЫ		НА СЕКУНДЫ	
минут:	части дїаметра	секунды	части дїаметра
1	14	1	0
2	29	2	$\frac{1}{2}$
3	43	3	$\frac{1}{2}$
4	58	4	1
5	72	5	1
6	87	6	$1\frac{1}{2}$
7	101	7	$1\frac{1}{2}$
8	116	8	$1\frac{1}{2}$
9	130	9	2
10	145	10	2
20	290	20	4
30	436	30	7
40	581	40	9
50	727	50	12

Употребленїе сея табели есть слѣдующее: На-примѣръ, ежели дана будетъ дуга во 118°, 23′, 57″; то поставь взятыя изъ табели чи́сла между собою въ такой порядокъ, какъ здѣсь поставлены:

100°			87266
8			6981
	20′		290
	3		43
		50	12
		7″	$1\frac{1}{2}$
108	23	57	$94593\frac{1}{2}$

И такъ содержитъ помянутая дуга $94593\frac{1}{2}$ такихъ частей, какихъ въ дїаметрѣ 100000 находится. Ежели же данъ будетъ дїаметръ въ другой какой мѣрѣ, то находится помянутая дуга по той мѣрѣ дїаметра по тройному правилу. Прежде данъ былъ дїаметръ 1200‴: того ради говорится такъ: 100000 на 60° даютъ по таблицѣ 52359, что дадутъ 1200‴, и такъ сыщется величина дуги AB въ 628‴, какъ и прежде.

§ 106.

фиг: 136. По данной хордѣ AB, и по данной надъ дугою ея высотѣ DE въ части круга ADBEA, которая заключается между дугою ADB и хордою AEB, сыскать площадь оной части круга.

Такая часть круга особливымъ именемъ называется *Сегментъ круга*. Но чтобъ сыскать площадь сегмента, то раздѣли AB на двѣ равныя части AE и BE (§ 35), и поставь на линѣѣ AB въ E перпендикулярную линѣю EF (§ 36); то оная пройдетъ чрезъ центръ круга, котораго ADB есть дуга (§ 63). Но понеже содержится DE : EA = EA : EF (§ 68), то можно, когда даны DE и EA, сыскать линѣю EF; когда сложится съ сею дїаметръ DF такого круга,

круга, котораго ADB есть дуга, и такъ можно оную дугу дочертить въ цѣлой кругъ. А какъ сїе учинится, то проведи два радїуса AC, BC, и вымѣряй уголъ ACB, которой они дѣлаютъ (§ 19), по сему углу и по радїусу AC ищи площадь сектора ACBD (§ 105), по AB и EC найди площадь треугольника ACBE (§ 94), и вычти оную изъ площади сектора, то останется площадь сегмента.

§ 107.

Въ данномъ параллелограммѣ ABEC, изъ данной на одной его сторонѣ EC точки D провесть линѣю DF, которая бы параллелограммъ на двѣ равныя ча́сти раздѣлила. фиг: 137.

Здѣлай линѣю AF равную линѣѣ ED и точки D и F соедини линѣею, то параллелограммъ раздѣленъ будетъ пополамъ. Ибо когда проведется дїагональная линѣя AE, то оба треугольника ABE и ACE между собою равны будутъ (§ 74). А въ двухъ малыхъ треугольникахъ AGF и EGD, AF=ED, o=m, а p=n; то и сїи два треугольника также между собою равны (§ 27); слѣдовательно, когда сїи два треугольника отъ прежнихъ отъимутся, то будетъ FBEG=ACDG, и когда къ перьвому трапецїю придастся треугольникъ EGD, а ко второму треугольникъ FAG, то произойдетъ FBED=FACD.

§ 108.

Параллелограммъ или такожъ и треугольникъ раздѣлить на сколько нибудь частей равныхъ.

фиг: 138. Въ параллелограммѣ надлежитъ обѣ противоположенныя стороны AC и CD, или AC и BD, раздѣлить на столько равныхъ частей, на сколько поверьхность раздѣлить потребно, и раздѣляющія точки соединить прямыми линѣями, то такимъ образомъ параллелограммъ раздѣлится. Понеже AE, EG, GB CF, FH, HD вѣ между собою равны; то AEFC, EGHF и GEDH, суть такожъ параллелограммы, которыхъ общая высота есть опущенная изъ точки B на линѣю CD перпендикулярная линѣя BI (§ 92); слѣдовательно площадь ACFE = CF . BI (§ 92), площадь EFHG = FH . BI, то есть потому что CF = FH = CF . BI, и равнымъ образомъ третей параллелограммъ GHBD такожъ = CF. BI. Но понеже по начерченїю CF = $\frac{1}{3}$ CD; то также ACEF = $\frac{1}{3}$ CD. BI, и равнымъ образомъ оба прочїе, то есть каждая часть есть $\frac{1}{3}$ цѣлаго параллелограмма (§ 92). Въ треугольникѣ должно

фиг: 139. такожъ раздѣлить одно только его основанїе AB на столько равныхъ частей, на сколько самой треугольникѣ раздѣлить потребно, и провесть изъ верху C прямыя линѣи CD, CE, тогда раздѣлится поверьхность на требуемыя части. Ибо

фиг: 139. такожъ явно есть, что всѣ сїи треугольники имѣютъ одну высоту CF; но когда ихъ основанїя AD, DE, EB суть между собою равны, и напримѣръ каждая есть $\frac{1}{3}$ AB; то площадь всякаго треугольника будетъ = $\frac{\frac{1}{3}\ AB.\ CF}{2}$ (§ 94), слѣдовательно они между собою равны. Хотя сїи доказательства въ параллелограммѣ и въ треугольникѣ учинены токмо по раздѣленїю оныхъ

фигуръ

фигурѣ на три равныя части, однакожъ по сему легко явствуетъ, что можно оныя производить, хотябъ вышепоказанныя фигуры раздѣлены были и на иныя какія равныя части.

§ 109.

Каждой многоугольникъ о сколько нибудь сторонахъ раздѣлить на сколько нибудь равныхъ частей.

Положимъ данной многоугольникъ ABCDE, которой надлежитъ раздѣлить на три равныя части. разрѣжь оной сперва діагональными линѣями AC, AD на треугольники, и опусти перпендикулярныя линѣи EF, DG, BH, и сыщи по Геометрическому машпабу величины всѣхъ показанныхъ линѣй, чтобъ каждому треугольнику найти площадь, а потомъ бы по сложенію оныхъ произвесть площадь всему многоугольнику, напримѣръ: фиг: 140.

AD = 505, EF = 223, площадь Δ ADE = 56307.
AC = 509, DG = 266, площадь Δ ADC = 67697.
AC = 509, BH = 158, площадь Δ ABC = 40211.

площадь всего многоугольника = 164215.

Сію площадь должно раздѣлить на столько равныхъ частей, на сколько весь многоугольникъ раздѣлить надобно, какъ здѣсь на трое, то выдетъ каждой части площадь 54738. Слѣдовательно все дѣло состоитъ только въ томъ, чтобъ отъ цѣлаго многоугольника отрѣзать такія части, какихъ каждая площадь по 54738 содержитъ. Здѣсь надлежитъ вышепоказанное (§ 94) правило привесть на память, а имянно: что всегда, когда площадь треугольника раздѣлится

на

на половину основанія, въ частное число выходитъ высота треугольника; а понеже въ семъ примѣрѣ площадь треугольника ABC есть 40211, то вычти сіе число изъ площади одной части, а именно изъ 54738, и такъ выдетъ площадь 14527, сіе число придать надлежитъ къ треугольнику ABC, чтобъ ABCI была третья часть всего многоугольника. Основаніе сего придаточнаго треугольника есть AC = 509, котораго половина = 254, и когда площадь 14527 раздѣлится на половину основанія 254, то выдетъ высота сего треугольника 57; сію высоту 57 перенеси на линѣю CM, которая стоять должна перпендикулярно на AC, чрезъ точку M проведи линѣю MN параллельную съ AC, а чрезъ I, гдѣ параллельная линѣя разсѣкаетъ сторону DC, проведи AI, то площадь треугольника AIC будетъ 14527 (§ 93); и такъ учинитъ она вмѣстѣ съ ABC третью часть всего многоугольника. Но чтобъ также и вторая часть LKIA имѣла надлежащую свою величину 54738, и притомъ бы подъ простою и правильною фигурою представлялась, то есть, сколько возможно, чтобъ параллелограммъ была; то надлежитъ сію вторую часть составить изъ двухъ треугольниковъ AKI и ALK, изъ которыхъ каждой 27369 имѣть долженъ. Но понеже къ основанію одного треугольника надлежитъ линѣя AI; то вымѣряй оную, которая найдется AI = 495; и такъ ежели 27369 раздѣлятся на половину AI 247; то выдетъ высота 110, которую по наугольнику или по проведенной параллельной линѣѣ, какъ прежде было, должно поставить перпендикулярно

пендикулярно на AI, чтобъ самой верьхней конецъ K упалъ на сторону DI, то произойдетъ треугольникъ AKI, котораго площадь есть 27369. Для сысканія площади втораго треугольника ALK, которой къ AKI придать должно, вымѣряй основаніе его AK=488, и на половину сего числа, то есть на 244 раздѣли площадь 27369, которую онъ имѣть долженствуетъ; то выдетъ его высота 112, которую на линѣѣ AK надлежитъ поставить опять перпендикулярно, такъ чтобъ ея верьхней конецъ L упалъ на сторону AE; то площадь треугольника LAK, по проведенной линѣѣ LK выдетъ 27369. И такъ оба треугольника вмѣстѣ будутъ имѣть 54738, то есть составятъ опять третью часть цѣлаго многоугольника. И такъ когда найдется сія вторая часть ALKI, то третья часть ELDK уже вѣдома будетъ. Такимже образомъ поступать надлежитъ, когда многоугольникъ раздѣлить потребно на большія части. Хотя сія задача кажется трудна и неспособна; однакожъ она тому будетъ легка и понятна, которой надлежащія къ сему дѣлу предложенія твердо знаетъ, и при томъ въ семъ дѣйствіи нѣсколько упражняется. Такъ когда надобно прямолинѣйное поле, о сколькихъ нибудь сторонахъ, раздѣлить по изволенію на равныя части; то должно снять съ него на бумагу точно чертежъ, что называется *планъ*, или *чертежъ*, *Ichnographia* (§ 87. 88), а потомъ вышепоказаннымъ образомъ должно раздѣлить сей чертежъ на бумагѣ по исправному Геометрическому машштабу, и потому на полѣ смѣрявши линѣи CI, IK, AL, и воткнувши колья въ I, K, L

 и проч:

и проч: сысканы будутъ требуемыя равныя части. Обольшихъ задачахъ надлежащихъ къпланиметріи, которую мы теперь оканчиваемъ, будемъ разсуждать во второй книгѣ Геометріи, потому что здѣсь только о самыхъ нужныхъ правилахъ объявили. Теперь приступаемъ мы къ третьей части Геометріи, а имянно къ Штереометріи, до которой надлежатъ слѣдующія изъясненія:

§ 110.

Что есть Геометрическое тѣло вообще, о томъ уже выше (§ 2) упомянуто было, а имянно: оно есть такое протяженіе, которое имѣетъ три измѣренія, длину, ширину и толщину. Хотя безмѣрно многіе находятся виды, которые тѣла имѣть могутъ; однакожъ въ простой Геометріи принимаются тѣла только трoякаго общаго роду, о которыхъ, сколько надлежитъ, разсуждать будемъ, а потомъ и протчія всѣ къ онымъ же приведемъ. Изъ сихъ трехъ родовъ первой есть, когда поверьхность
фиг: о сколько нибудь сторонахъ ABCD дви-
141. женіе имѣетъ по прямой линѣѣ AE въ верьхъ или въ низъ. Ибо явно есть, что симъ образомъ перейденное пространство должно представлять тѣло, потому что поверьхность сама уже имѣетъ два измѣренія, а движеніемъ своимъ въ верьхъ производитъ еще третіе измѣреніе. И такъ всѣ тѣла такимъ образомъ

ражда-

раждающіяся называются *призма*. Второй родъ есть когда утвержденная въ точкѣ G прямая линѣя GA обращается около сторонъ въ низу находящагося какого нибудь многоугольника ACDEF, и помалу идучи по мѣстамъ GB, GD и далѣе, напослѣдокъ приходитъ опять на мѣсто GA. Ибо симъ образомъ производится такожъ тѣло, которое по лежащей въ низу поверьхности ACDEF два, а по укрѣпленной въ верьху надъ поверьхностію точкѣ G получаетъ третье измѣреніе. Всякое такимъ образомъ производящееся тѣло именуется *пирамида Pyramis.* Напослѣдокъ третій родъ есть, когда такожъ какая нибудь поверьхность ABCD будетъ имѣть движеніе около одной своей стороны EF, будто около оси вкругъ, но изъ сего роду въ простой Геометріи только одинъ видъ находится, которой изъяснить надлежитъ, а именно: когда вкругъ обращающаяся поверьхность будетъ полукружіе ABCD, которое ворочается около оси EF, и такимъ образомъ производитъ тѣло, которое называется *шаръ Sphaera*, въ немъ центръ полукружія G называется также *центръ* или *средняя точка шара*; а DA *діаметръ* или *ось шара*, *Axis*. По сему

фиг: 142.

фиг: 143.

фиг: 144

 третьему

претьему роду можетъ произведенъ быть также и цилиндръ, когда около одной своей стороны будетъ обращаться ректангулъ, а когда треугольникъ будетъ имѣть такоеже обращенiе, то произойдетъ конусъ.

Кромѣ сихъ общихъ имянъ надлежитъ примѣчать многiя другiя. Ежели у призмы въ верхъ восходящая поверьхность будетъ треугольникъ, четыреугольникъ, пятiугольникъ, или шестiугольникъ и прочая, то называется такая призма, *треугольная*, *четыреугольная*, или *шестiугольная призма*; *Prisma Triangulare*, *Quadrangulare &c.*
фиг: 145. такъ AB есть пятiугольная призма. Когда линѣя AE, по которой поверьхность въ верьхъ восходитъ, къ самой поверьхности будетъ перпенди-
фиг: 141. кулярна, то именуется *прямая призма Prisma Rectum*; а буде оная линѣя съ помянутою поверьхностiю дѣлаетъ косой уголъ, то называется *косая призма*, *Prisma Obliquum*. А когда въ верхъ восходящая поверьхность бываетъ квадратъ ABCD, а линѣя DE, по которой движенiе происходитъ, къ поверьхности перпендикулярна, и одной сторонѣ квадрата равна, то называется такая призма *кубъ*, *Cubus*. А ежели поверьхность, которая вверьхъ свое движенiе имѣетъ, есть параллелограммъ ABCD, то называется такая призма *параллелепипедъ Parallelepipedum*. Ежелиже вверхъ поднимающаяся поверьхность ABCD будетъ кругъ, то раждающаяся отъ того призма получаетъ особливое имя *цилиндръ*, *Cylindrus*; и оной есть либо *прямой*, либо *косой Rectus*, или

Obliquus

Obliquus и *Scalenus*, потому что линѣя AE съ поверьхностїю ABCD дѣлаетъ иногда прямой, а иногда косой уголъ. Когда во второмъ общемъ родѣ поверьхность ABCD, около которой утвержденная въ точкѣ E линѣя EC оборачивается, будетъ треугольникъ, четыреугольникъ, пятїугольникъ и прочая; то называется такая пирамида *треугольная*, *четыреугольная*, *пятїугольная пирамида*. Неподвижная точка E именуется *верьхъ*, *Vertex*; а опущенная съ верьху внизъ на основанїе ABCD перпендикулярная линѣя EF называется *высота* пирамиды. Будеже поверьхность, около которой укрѣпленная въ точкѣ E, линѣя EC оборачивается, есть кругъ ABCD, то происходящее отъ того тѣло называется *конусъ*; точка E *верхъ*, *Vertex*, линѣя EC, которая около круга оборачивается *сторона конуса*, *Latus Coni*; а съ верьху E къ центру F находящагося внизу круга проведенная прямая линѣя EF, называется *ось* конуса, *Axis Coni*. Ежели сїя ось EF къ находящемуся внизу кругу будетъ перпендикулярна, то именуется такой конусъ *прямой конусъ*, *Conus rectus*; а когда она стоитъ косо, то называется *косой конусъ*, *Conus Obliquus*, *Scalenus*; а съ верьху E опущенная на основанїе конуса ABCD перпендикулярная линѣя EG называется *высота* конуса, которая въ конусѣ прямомъ съ осью бываетъ одинакова, а напротивъ того въ конусѣ косомъ съ нею разнствуетъ.

Фиг: 149. Фиг: 150. Фиг: 151.

§ 111.

Начертить кубъ или параллелепипедъ.

Хотя въ кубѣ всѣ стороны бываютъ между собою равны (§ 110), однакожъ онѣ кажутся тому, кто смотритъ на кубъ, не всѣ между собою равныя, но стороны BC, AD, GH, FE, кажутся нѣсколько предъ прочими короче, какъ въ перспективѣ показуется. А чтобъ начертить кубъ, не такъ какъ онъ въ подлинномъ видѣ бываетъ, но чтобъ его видѣть можно было, то начерти ромбоидъ ABCD (§ 76), въ которомъ стороны AB, DC подлинной длинѣ сторонѣ куба равны, а стороны AD, BC нѣсколько бы были покороче; изъ точекъ A, B, C, D прочерти перпендикулярныя линѣи (§ 52), и здѣлай оныя всѣ равныя подлинной сторонѣ AB; и когда между точками E, F, G, H проведутся линѣи, то произойдетъ кубъ. Но чтобъ онъ лучше въ глазахъ представлялся, то заднія его стороны, которыхъ за твердостію тѣла видѣть не можно, означаются пунктирными линѣями. Такимъ же образомъ чертится и параллелепипедъ, только съ такою отмѣною, что перпендикулярныя линѣи AF, BG, CH, DE дѣлаются равныя
фиг: 147. не сторонѣ AB, но высотѣ параллелепипеда AF.

§ 112.

Начертить на бумагѣ какую нибудь многоугольную призму.

Начерти сперьва основанїе призмы, напримѣръ
фиг: 152. треугольникъ ABC, потомъ проведи изъ A перпендикулярную линѣю AD, и начерти параллелограммы ADFC, ABED, CBEF и проч: то произойдетъ изображенїе призмы, которой нѣкоторыя стороны, по рисовальному художеству,

ству покрыть тѣнью можно, чтобъ такое тѣло лучше въ глазахъ представлялось.

§ 113.

Начертить на бумагѣ какую нибудь многоугольную пирамиду.

Начерти сперьва основанiе ABCD, и назначь по той высотѣ, которую пирамида имѣть долженствуетъ, точку E, и проведи къ оной прямыя линѣи AE, BE, CE, DE, и такимъ образомъ здѣлается изображенiе пирамиды. фиг: 149.

§ 114.

Здѣлать чертежъ къ составленiю изъ толстой бумаги куба.

Начерти вмѣстѣ шесть равныхъ квадратовъ ABHG, BCFG, CDEF, NOBC, GFKI и IKLM, которыхъ бы каждая сторона такую величину имѣла, въ какую величину стороны куба быть имѣютъ, такъ какъ въ фигурѣ показано. Потомъ вырѣжь сiи квадраты изъ бумаги, и надрѣжь линѣи BC, GF, IK, BG и CF вострымъ ножичкомъ нѣсколько поглубже, или ежели бумага толста, то вырѣжь оные почти со всѣмъ, и потомъ согни ихъ по линѣямъ BC, GF, IK, BG и CF вмѣстѣ, и клей вмѣстѣ между собою находящiяся стороны, то произойдетъ желанной кубъ. Но чтобъ тѣмъ лучше и способнѣе склеить можно было, то оставляется на концахъ, которые склеить должно, по нѣскольку необрѣзанной бумаги, какъ въ фигурѣ DdeE показано. фиг: 153.

§ 115.

Здѣлать чертежъ къ составленію изъ толстой бумаги параллелепипеда.

Фиг: 154. Надлежитъ начертить ректангулы ABHI и CDKL, ректангулы BCGF и IKNO, ректангулы BCKI и DEML равной величины, такъ чтобъ AB=BF, HI=IN и протчая, и все такъ между собою соедини, какъ въ фигурѣ изъявляется, поступай впрочемъ также какъ и прежде (§ 114), то такимъ образомъ здѣланъ будетъ параллелепипедъ.

§ 116.

Здѣлать чертежъ для составленія изъ толстой бумаги призмы.

Фиг: 155. Начерти сперьва основаніе призмы GKH, и продолжи GH по обѣимъ сторонамъ такъ далеко, пока будетъ FG=GK, а HI=HK, посемъ начерти ректангулы ABGF и CDIH, и притомъ еще треугольникъ BCE, и поступай впрочемъ такъ, какъ и прежде, то здѣлается треугольная призма. Такъ посему ясно видѣть можно, что къ произведенію призмы такой, которая будетъ имѣть больше трехъ сторонъ, надлежитъ также по обѣ стороны ректангуловъ начертить больше, что, буде кто сіе правило основательно разумѣетъ, не много подумавши легко здѣлать можетъ. Сіе примѣчать должно также и при протчихъ сей подобныхъ задачахъ, которыя посемъ слѣдуютъ.

§ 117.

Наружная поверьхность цилиндра, кромѣ обоихъ основаній есть равна ректангулу.

копо-

котораго высота есть высота цилиндра, а ширина окружность основанія.

буде на окружности верьхняго основанія возмется наималѣйшая дуга F f: которую почесть можно за весьма малую прямую линѣю, и проведутся изъ оной двѣ линѣи FC, fc, перпендикулярныя къ линѣѣ Ff, то произойдетъ небольшой ректангулъ EfcC, котораго площадь есть Ff. FC (§ 90). Но понеже помянутая поверьхность цилиндра состоитъ кругомъ вездѣ изъ многихъ весьма малыхъ такихъ ректангуловъ, то когда неопредѣленное число означится литерою n. Ff. FC. но n. Ff есть нечто иное, какъ окружность основанія, а FC есть высота цилиндра; того ради поверьхность цилиндра, кромѣ обоихъ основаній, есть равна ректангулу, котораго одна сторона высота цилиндра, а другая окружность основанія. фиг: 148.

§ 118.

Здѣлать чертежъ для составленія изъ толстой бумаги цилиндра.

Начерти одинакимъ радїусомъ два круга AB и CD, и сыщи оныхъ окружность (§ 102), и прочерти изъ BC перпендикулярную линѣю BE, которая бы найденной окружности равна была, и здѣлай ректангулъ BCFE; то такимъ образомъ цилиндръ здѣланъ будетъ. фиг: 156.

§ 119.

Наружная поверьхность прямаго конуса, кромѣ основанія бываетъ равна треугольнику, котораго основанїе есть окру-

окружность основанія конуса, а высота сторона конуса.

фиг: 150. Ежели на окружности возмется наималѣйшая дуга Hh, то оная будетъ подобна небольшой прямой линѣѣ, и когда къ верьху конуса проведутся двѣ линѣи HE и hE, то произойдетъ небольшой треугольникъ HEh, котораго основанїе Hh, а высота HE. Понеже уголъ EHh есть прямой; того ради площадь сего небольшаго треугольника есть $\frac{Hh. \; HE}{2}$ (§ 94). Но понеже безконечное множество такихъ весьма малыхъ подлѣ себя лежащихъ треугольниковъ составляютъ наружную поверьхность конуса, кромѣ основанія, и ежели безконечно великое число изъявится литерою n; то будетъ помянутая поверьхность $= \frac{n. \; Hh. \; HE}{2}$; то есть, потому что n. Hh есть окружность ABCDA $= \frac{\text{окружность} \times HE}{2}$; или треугольнику, котораго основанїе есть длина окружности, а высота сторона конуса. Площадь

фиг: 157. сектора ACB, описаннаго радїусомъ CA, которой равенъ сторонѣ конуса HE, фигура 150. и котораго дуга ADB величиною равна цѣлой окружности ABCD фигура 150. есть также $= \frac{\text{окружности} \times HE}{2}$ (§ 99), и явно есть, что когда наружная поверьхность конуса, на подобїе тонкой кожи съ него снимется, то оная подобна будетъ такому сектору; того ради наружная поверьхность конуса есть подлинно секторъ, котораго радїусъ сторона конуса, а дуга его такой величины сколь велика окружность

основанія

основанія конуса. Но чтобъ сыскать уголъ ACB, которой содержится въ помянутомъ секторѣ, то надлежитъ найти всю окружность сего сектора, и окружность основанія конуса (§ 102), и такъ окружность сектора будетъ $= \frac{355 \cdot 2HE}{113}$, а окружность основанія конуса $\frac{355 \cdot AC}{113}$ фигура 150. Потомъ дѣлай по правилу тройному $\frac{355 \cdot 2HE}{113}$ даютъ 360°, что дастъ $\frac{355 \cdot AC}{113}$, и такъ число градусовъ углу сектора найдется $\frac{360 \cdot AC}{2HE}$; а изъ сего произойдетъ сія пропорція: какъ удвоенная сторона прямаго конуса находится къ діаметру его основанія, такъ 360 содержатся къ числу градусовъ, которые на уголъ сектора ACB положить должно, чтобъ секторъ наружной поверьхности даннаго конуса былъ равенъ.

§ 120.

Здѣлать чертежъ къ составленію изъ толстой бумаги конуса.

Надлежитъ начертить кругъ AB, и продол- фиг:
жить его діаметръ до E такъ далеко, сколь 158.
велика будетъ сторона конуса AE. Потомъ говори какъ содержится AE къ AB, такъ 180 градусовъ къ числу искомыхъ градусовъ на уголъ CED; изъ сего найденнаго числа положи одну половину на уголъ CEA, а другую половину на уголъ DEA, то дуга сектора по проведеніи радіусовъ EC, ED, будетъ равна цѣлой окружности AB, и такъ по сему конусъ здѣланъ будетъ.

§ 121.

Здѣлать чертежъ для составленія изъ толстой бумаги пирамиды.

Напримѣръ когда надлежитъ здѣлать треугольную пирамиду, то начерти взятымъ по
фиг: изволенію радїусомъ AB дугу BE, и перенеси
159. на оную по изволенїю взятую хорду трижды на BC, CD и DE; потомъ начерти на линѣѣ DC равносторонной треугольникъ DCF, и проведи линѣи EA, DA, CA, BA, то здѣлается пирамида. А ежели основанїе пирамиды не изъ равносторонняго треугольника состоять будетъ, то явно есть, что ED=DF, а CB=CF здѣлать надлежитъ.

§ 122.

Сыскать толщину куба, также и площади поверьхностей оной кубъ окружающихъ.

Понеже, какъ уже о томъ неоднократно упомянуто было (§ 3), мѣра всегда долженствуетъ быть съ тою вещью, которую вымѣрять надобно, одинакаго роду; то явно есть, что тѣла, и ихъ *толщина Soliditas*, долженствуютъ вымѣряемы быть также тѣлами. Но понеже самая меньшая линѣйная мѣра называется скрупулъ (§ 3); то надлежитъ себѣ въ умѣ представить небольшой кубъ, котораго каждая сторона длиною въ скрупулъ, и такой небольшой кубъ называется *кубической скрупулъ*, *Scrupulum Cubicum*. Посемъ полагается въ умѣ кубъ прежняго побольше, котораго каждая сторона длиною въ линѣю, и именуется *кубическая линѣя*, *Linea Cubica*. Потомъ представляютъ себѣ такой

кубъ,

кубъ, котораго каждая сторона длиною въ дюймъ, и называютъ оной *кубической дюймъ*, Pollex Cubicus. Такимже образомъ происходитъ *кубической футъ*, Pes Cubicus, *кубическая сажень*, Pertica Cubica; и сїи кубическїе скрупулы, линѣи, дюймы, футы и сажени суть мѣры, которыми всѣ тѣла вымѣряемы быть долженствуютъ. И того ради мѣры тѣлъ съ самими тѣлами суть одинакаго роду, потому что въ обоихъ случаяхъ бываютъ тѣла, а линѣйная мѣра есть основанїемъ мѣры той, которого тѣла измѣряются (§ 3). Но чтобъ найти толщину куба или вымѣрять кубъ, то вымѣряй длину одной его стороны AB. Положимъ сїю сторону въ 3 дюйма, то умножь 3 само собою, и выдетъ 9, которое число показываетъ, что въ нижнемъ слою ABCDEF находятся 9 подлѣ себя лежащихъ кубическихъ дюймовъ; но понеже такихъ слоевъ, которые одинъ на другомъ лежатъ, есть три, то надлежитъ 9 кубическихъ дюймовъ взятыхъ трожды, то есть, 9 должно еще однажды 3 умножь, чтобъ 27 вышло, которое число изъявитъ, что во всемъ данномъ кубѣ 27 кубическихъ дюймовъ содержится. Но понеже и другимъ кубамъ, хотя бы сторона AB сколько частей ни имѣла, толщина сыскивается такимъ же образомъ; то слѣдуетъ изъ сего для сысканїя толщины куба сїе правило: Вымѣряй одну его которую нибудь сторону, потому что онѣ въ кубѣ бываютъ всѣ между собою равны, и умножь найденное число трожды само собою, то произведенїе покажетъ толщину куба; фиг: 160.

I. ч.

такъ ежели сторона AB будетъ въ 325, то дѣлается сїе слѣдующимъ образомъ.

325

```
      325
      325
    -----
     1625
     650
    975
   ------
   105625
      325
  -------
   528125
  211250
 316875
---------
 34328125
```

Такъ толщина сего куба есть въ 34328125 кубическихъ скрупуловъ, которые способнѣе пишутся такъ $34328125^{1\gamma\square}$. По сему толщина куба, котораго сторона есть AB, изъявляется вообще чрезъ AB. AB. AB. Что короче пишется такъ AB^3, причемъ въ верьху поставленное число 3 значитъ то, что AB должно умножить кубично. Въ Арифметикѣ кубичное число получается, когда какое нибудь число умножится само собою трожды. Но понеже въ Геометріи толщина куба сыскивается такимъ же образомъ; то явно есть, что каждое кубичное число въ Арифметикѣ изъявлено быть можетъ кубомъ, ежели радиксъ числа кубичнаго положится одна сторона куба. Потомъ, понеже сажень по Геометрической мѣрѣ содержитъ въ себѣ 10 футовъ; то извѣстно есть, что сажень кубическая есть кубъ, которой имѣетъ 1000 кубическихъ футовъ. Также и кубической футъ имѣетъ 1000 кубическихъ

дюймовъ,

дюймовъ , и такъ далѣе , какъ въ слѣдующей таблицѣ показано.

□саженъ	□футовъ,	□дюймовъ,	□линѣй,	□скрупуловъ
1 —	1000 —	1000000	1000000000.	1000000000000
	1 —	1000 —	1000000 —	1000000000
		1 —	1000 —	1000000
			1 —	1000

Посему легко видѣть можно, какимъ образомъ каждую данную кубическую мѣру надлежитъ превратить въ большія части. Напримѣръ ежели дана

IV□

будетъ толщина куба въ 253789106675321 , и спросится, сколько будетъ въ семъ числѣ кубическихъ саженъ, футовъ, дюймовъ и проч: понеже 1000000 000000 кубическихъ скрупуловъ составляютъ кубическую сажень , то надлежитъ раздѣлить данное число на 1000000 000000 , отъ чего выдетъ 253 кубическихъ саженъ , и останется 789106675321 кубическихъ скрупуловъ. Но когда 1000000000 кубическихъ скрупуловъ находятся въ одномъ кубическомъ футѣ , то раздѣли 789106675321 на 1000000000 , то произойдетъ 789 кубическихъ футовъ , а въ остаткѣ будетъ 106675321 кубическихъ скрупуловъ. Понеже 1000000 кубическихъ скрупуловъ седержится въ одномъ кубическомъ дюймѣ, то раздѣли 106675321 на 1000000 , отъ чего получится 106 кубическихъ дюймовъ, а въ остаткѣ будетъ 675321 кубической скрупулъ. Но когда 1000 кубическихъ скрупуловъ составляютъ одну кубическую линѣю , то раздѣли 675321 на 1000 , отъ чего получится 675 кубическихъ линѣй ,

а останет-

а останется 321 кубической скрупулъ, такъ что вся толщина будетъ имѣть 253 кубическихъ саженъ, 789 кубическикъ футовъ, 106 кубическихъ дюймовъ, 675 кубическихъ линѣй, и 321 кубическихъ скрупуловъ. По сему дѣйствію явствуетъ, что самое же сіе можно найти слѣдующимъ образомъ: начиная отъ правой руки въ лѣвой отрѣжь четырежды по три знака въ каждой разъ, ежели мѣра дана будетъ въ кубическихъ скрупулахъ, то отрѣзанныя числа покажутъ по порядку кубическіе скрупулы, линѣи, дюймы, футы и сажени, что означается такъ 253°, $789'$, $106''$, $675'''$, $321^{IV\square}$, и сіе правило служитъ только въ Геометрической или десятичной мѣрѣ. Ибо ежели сажень раздѣлена будетъ на 12 футовъ, то кубическая сажень будетъ содержать 1728 кубическихъ футовъ и такъ далѣе. Напослѣдокъ понеже кубъ заключается въ шести равныхъ квадратахъ; то надлежитъ сыскать площадь только одного квадрата (§ 89), и оную умножить 6, то получится поверьхностное содержаніе цѣлаго куба; напримѣръ ежели дана будетъ сторона куба $= 274''$, то площадь квадрата будетъ $75076^{''\square}$, которое число умноженное 6 тью дастъ $450456^{''\square}$ или 45°, $04'$, $56^{''\square}$ (§ 89)

§ 123.

Найти толщину и поверхностное содержаніе параллелепипеда.

Вымѣряй длину AB, ширину BC и вышину BG параллелепипеда, и когда умножатся между собою

Фиг: 147.

собою оба первыя числа, то произведенїе покажетъ, сколько въ основанїи ABCD содержится кубическихъ дюймовъ, линѣй или скрупуловъ; но когда въ ономъ находится столько рядовъ, сколь велика вышина BG будетъ, то надлежитъ для сысканїя толщины параллелепипеда прежнее произведенїе еще умножить вышиною. Напримѣръ ежели будутъ AB = 36′, BC = 12′, BG = 15′, то дѣлается такъ:

36
12
———
72
36
———
432
15
———
2160
432
———
6480

Такъ толщина параллелепипеда есть въ $6480^{\prime\square}$ или $6, 480^{\square\prime}$ (§ 122). Для сысканїя содержанїя наружныхъ поверьхностей параллелепипеда, надлежитъ только содержанїе поверьхностей ADBC, ABGF и BCHG каждую умножить двумя, и всѣ сїи произведенїя сложить въ одну сумму.

AB = 36	AB = 36
BC = 12	BG = 15
72	180
36	36
432	540
2	2
ADBC = 864	ABGF = 1080

BC = 12
BG = 15

60
12

180
2

BCHG = 360
ABGF = 1080
ADBC = 864

2304

Такъ наружное поверьхностное содержанїе параллелепипеда есть $2304^{/\square}$ или 23°, $c4^{/\square}$. то есть 23 квадратныя сажени, и 4 квадратныхъ фута. Посему видно, что толщина параллелепипеда изъявляетъ вообще такъ AB×BC×BG.

§ 124.

фиг: 161. Когда параллелепипедъ AG дїагональною линѣею HF прямо внизъ разрѣжется, такъ что оной разрѣзъ по дїагональной линѣѣ DB, также до нижняго основанїя пройдетъ; то такимъ образомъ параллелепипедъ раздѣлится на двѣ треугольныя между собою равныя пирамиды.

Понеже параллелепипедъ есть тѣло, то оба его основанїя суть параллелограммы (§ 110), того ради обѣ поверьхности ABCD и EFGH дїагональными линѣями HF, DB, раздѣляются на двѣ равныя части (§ 75), слѣдовательно оба тѣла EFHADB, и HFGDBC такого состоянїя, что ихъ основанїя между собою равны. А стороны параллеле-

параллелепипеда на основанiи ABC стоятъ перпендикулярно , и всѣ между собою равни ; того ради обѣ части, на которыя разрѣзанъ параллелепипедъ, суть двѣ треугольныя призмы, имѣющiя равныя основанiя и равныя высоты. Но понеже треугольная призма раждается такъ, когда треугольникъ HFG или HFE , внизъ опускается прямо по линѣѣ HD (§ 110) , то явно есть , буде всѣ треугольники находящiеся въ срединѣ гдѣ нибудь и съ основанiемъ параллельные отъ обѣихъ призмъ отъимутся, напримѣръ MNP, NOP, или mnp , nop , то они будутъ между собою равны. Но когда въ обоихъ мѣстахъ для равной высоты изъ одной призмы можно столько равныхъ треугольниковъ вынять, сколько изъ другой; то слѣдуетъ посему, что обѣ призмы , на которыя раздѣляется параллелепипедъ , между собою равны. Посему также явствуетъ , что вышепоказанное доказательство о равенствѣ двухъ призмъ, вездѣ служитъ, гдѣ непремѣняемая поверьхность, какъ HFG по одинакой высотѣ, какая есть HD , внизъ опускается , то есть при всѣхъ призмахъ (§ 110) ; чего ради можно изъ сего вывесть слѣдующее предложенiе : Когда два параллелепипеда , два цилиндра , или двѣ призмы о сколько нибудь сторонахъ свои основанiя и высоты равныя имѣютъ ; то онѣ толщиною бываютъ между собою равны.

§ 125.

Сыскать толщину и наружныя поверьхности треугольной призмы.

Положимъ данную треугольную призму ABD EFH , и ежели проведутся линѣи HG и FG ,

 парал-

параллельныя съ линѣями EF и EH, такъ чтобъ онѣ прорѣзались между собою въ точкѣ G, то произойдетъ параллелограммъ EFGH, которой дїагональною линѣею HF раздѣляется на двѣ равныя части (§ 74). А когда съ нижнимъ основанїемъ ADB тоже учинится, и между точками G, C, проведется линѣя; то получится параллелепипедъ (§ 110). Но понеже толщина сего параллелепипеда есть ABCD × BF (123), или 2 ABD. BF, а призма есть половина параллелепипеда (§ 124), то слѣдуетъ, что толщина призмы долженствуетъ быть ABD. BF, или основанїе высотою умноженное. И такъ надлежитъ сыскать только площадь треугольника ABD (§ 94), и умножить оную высотою призмы AE, то такимъ образомъ произойдетъ толщина оной. А наружная поверьхность призмы находится такъ, когда найдутся поверьхности обоихъ основанїй и трехъ ректангуловъ, въ которыхъ содержится призма (§ 94, 90), и оныя вмѣстѣ сложатся.

§ 126.

Сыскать толщину и наружную поверьхность многоугольной призмы.

Явно есть, что каждая многоугольная призма можетъ раздѣлена быть вся на треугольныя призмы. Напримѣръ ежели дана будетъ пятїугольная призма BI, то надлежитъ оную раздѣлить на три треугольныя призмы, то будетъ толщина призмы ABEFGK = ABE. AF, толщина призмы BECGKH = BEC. AF, и толщина призмы CDEHIK = CED. AF; такъ толщина всей многоугольной призмы, есть сумма сихъ

фиг: 162:

сихъ трехъ призмъ, или ABE AF+BEC. AF +CED. AF или (ABE+BEC+CED). AF. Но ABE+BEC+CED есть площадь основанія ABCDE, то надлежитъ искать только площадь основанія многоугольной призмы, и оную умножить высотою, то такимъ образомъ найдется толщина многоугольной призмы. Но чтобъ найти наружную поверхность, то надлежитъ только сыскать площади обоихъ основаній, и пяти рекшангуловъ, въ которыхъ заключается призма, и оныя сложить въ одну сумму.

§ 127.

Найти толщину и наружную поверхность цилиндра.

Понеже цилиндръ можно почесть за призму имѣющую бесконечно многія стороны, то извѣстно есть, что для сысканія толщины надлежитъ только площадь основанія (§ 103), умножить высотою цилиндра (§ 126). А какъ находится наружная поверхность онаго, то ужѣ выше (§ 117) показано.

§ 128.

Ежели дано будетъ нѣсколько содержаній a : ma, b : mb, c : mc, d : md, и проч: которыя между собою содержатся такъ какъ 1 : m; то сумма всѣхъ предъидущихъ членовъ будетъ содержаться къ суммѣ всѣхъ послѣдующихъ членовъ, такъ какъ 1 : m.

Ибо сумма всѣхъ предъидущихъ членовъ есть a+b+c+d, а сумма всѣхъ послѣдующихъ членовъ есть ma+mb+mc+md; того ради

 содер-

содержится оная сумма къ сей такъ, какъ $a+b+c+d$ къ $ma+mb+mc+md$, или какъ $a+b+c+d$ къ $m(a+b+c+d)$, то есть когда по обѣимъ сторонамъ раздѣлится на $a+b+c+d$, какъ $1:m$. Сїе предложенїе будетъ весьма ясно, когда оное покажется въ числахъ; напримѣръ положимъ содержанїя $5:15$, $6:18$, $8:24$, которыя всѣ между собою находятся какъ $1:3$, то содержится также $5+6+8$, или 19 къ $15+18+24$, или 57, такъ какъ $1:3$.

§ 129.

фиг: 163. **Площади двухъ подобныхъ треугольниковъ ABC и abc содержатся между собою такъ, какъ квадраты ихъ сходственныхъ сторонъ, то есть какъ AB^2 къ ab^2, или какъ BC^2 къ bc^2, или какъ AC^2 къ ac^2.**

Ибо когда въ обоихъ треугольникахъ на принятыя по изволенїю основанїя, напримѣръ AC и ac изъ точекъ B и b опустятся перпендикулярныя линѣи BD, bd; то содержится площадь ABC къ площади abc, какъ $\frac{AC.BD}{2}$ къ $\frac{ac.bd}{2}$, то есть какъ $AC.BD : ac.bd$ (§ 94). Но понеже треугольники ADB, adb между собою подобны, какъ легко доказать можно; то находятся $AD : ad = DB : db$, и $DC : dc = DB : db$; изъ чего слѣдуетъ $AD+DC : ad+dc = DB : db$ (128) то есть $AC : ac = DB : db$, такъ $bd = \frac{ac.BD}{AC}$; а когда сїе количество поставится вмѣсто прежняго bd въ прежней пропорцїи обоихъ треугольниковъ, то выдетъ площадь ABC : площади abc

abc = AC. BD: $\frac{ac^2 . BD}{AC}$, то есть , какъ $AC^2 : ac^2$. Но понеже такимъ же образомъ доказывается , хотя возмется и другая сторона во основанїе; то явно есть , что сїе доказательство служитъ и въ прочихъ сходственныхъ сторонахъ.

§ 130.

Понеже каждой многоугольникъ можетъ превращенъ быть въ треугольники , какъ очевидно явствуетъ; то оные многоугольники , которые слагаются изъ такихъ треугольниковъ , изъ которыхъ каждые два бываютъ между собою подобные, называются *подобные многоугольники.*

Такъ напримѣръ оба многоугольника ABCDE и Aabcde между собою подобны , потому что треугольники ABC и Aac, ACD и Acd , ADE и Ade, изъ которыхъ состоятъ сїи многоугольники, суть между собою подобны. Такимъ образомъ находятся два способа къ дѣланїю подобныхъ многоугольниковъ ; первой , ежели проведутся дїагональныя линѣи AC , DA , а потомъ изъ взятой по изволенїю точки a, прочертятся линѣи ac, cd , de , параллельныя съ сторонами BC, CD и DE; то по сему способу здѣланные треугольники будутъ между собою подобны (§ 58). Второй способъ , когда въ многоугольникѣ возмется по изволенїю точка C , и проведутся изъ оной ко всѣмъ угламъ прямыя линѣи CA, CB, CD, CE, CF, и потомъ изъ взятой гдѣ нибудь точки a, прочертятся опять линѣи ab, bd, de, ef и fa, параллельныя съ сторонами AB, BD, DE, EF и FA ; то явно есть , что произшедшїе такимъ

фиг: 164.

фиг 165.

образомъ многоугольники будутъ между собою подобны (§ 58). О семъ второмъ способѣ нѣтъ никакого сумнѣнія, что линѣй ab, bd, de, ef, и со внѣшними сторонами неможно провесть параллельно; только, ежели между точками fa прямая линѣя проведется, то спрашивается, будетъ ли оная съ линѣею FA параллельна? ибо линѣи fa по изволенію гдѣ нибудь провесть неможно, потому что обѣ точки ужѐ даны (§ 8). Но сіе доказать легко можно, что когда между точками f и a проведется прямая линѣя, то оная съ линѣею FA долженствуетъ быть параллельна. Ибо по подобнымъ треугольникамъ, изъ которыхъ находятся вмѣстѣ по два, содержится Ca къ CA = Cb : CB = Cd : CD = Ce : CE = Cf : CF : такъ Ca : CA = Cf : CF, слѣдовательно долженствуетъ fa съ FA быть параллельна (§ 58). При чемъ еще и сіе видѣть можно, что въ такихъ подобныхъ многоугольникахъ углы Aac, ABC, acd,
Фиг: 164. BCD, и проч: между собою равны: ибо для параллельныхъ линѣй напримѣръ m = o, а n = p (§ 48) такъ m + n = o + p. Слѣдовательно два подобные многоугольника могутъ описаны быть и такъ, что они по равному числу сторонъ имѣютъ, и что въ нихъ углы по ихъ порядку въ большемъ многоугольникѣ, бываютъ равны угламъ по ихъ порядку въ меньшемъ многоугольникѣ. Того ради стороны, которыя въ обоихъ многоугольникахъ равнымъ угламъ противополагаются, называются *сходственныя стороны*, *Latera Homologa*, какъ напримѣръ BC, ac; de, DE. и прочая.

§ 138.

§ 131.

Площади двухъ подобныхъ многоугольниковъ содержатся между собою такъ, какъ квадраты ихъ сходственныхъ сторонъ.

Ибо треугольникъ Aac содержится къ треугольнику ABC, какъ $Aa^2 : AB^2$ (§ 129), такимъ же образомъ Acd къ ACD, какъ $Ac^2 : AC^2$, то есть какъ $Aa^2 : AB^2$, потому что $Ac : AC = Aa : AB$ (§ 58); также и Ade содержится къ ADE, какъ $Ad^2 : AD^2 = Ac^2 : AC^2 = Aa^2 : AB^2$; такъ изъ сихъ пропорцій происходятъ слѣдующія содержанія Aac : ABC, Acd : ACD, Ade : ADE, которыя всѣ равны содержанію $Aa^2 : AB^2$, и того ради по сему находится $Aac + Acd + Ade : ACB + ACD + ADE = Aa^2 : AB^2$, (§ 128), то есть цѣлой многоугольникъ Aacde содержится къ цѣлому многоугольнику ABCDE, какъ $Aa^2 : AB^2$ Но понеже содержится $Aa : AB = ac : BC$; то будетъ $Aa^2 : AB^2 = ac^2 : BC^2$, такъ площади многоугольниковъ содержатся также какъ $ac^2 : BC^2$, или какъ $cd^2 : CD^2$, то есть, какъ квадраты ихъ сходственныхъ сторонъ, или также какъ $Ac^2 : AC^2$, то есть, какъ квадраты ихъ сходственныхъ діагональныхъ линѣй.

§ 132

Косая пирамида по ея толщинѣ бываетъ равна прямой пирамидѣ, которая съ нею равное основаніе и равную высоту имѣетъ. Такимже образомъ косой конусъ по его толщинѣ равенъ бываетъ прямому конусу, которой съ нимъ одинакое основаніе и одинакую высоту имѣетъ.

фиг: 166. Положимъ косой пирамиды сторону AKB, а прямой ACB, которыя обѣ стоятъ на одномъ основанiи AB. Понеже онѣ имѣютъ равную высоту; то опущенныя изъ точекъ K и C на линѣю AL перпендикулярныя линѣи KL, CI, между собою равны, слѣдовательно линѣя CK параллельна линѣѣ AL (§ 50). И ежели проведется DH параллельная съ AL; то ECK, BEH, также и ACK и ADG будутъ подобные треугольники (§ 58); равнымъ образомъ ACB, DCE, также между собою подобны; и понеже ACB представляетъ сторону прямой пирамиды, то ACB есть треугольникъ равнобедренной, или AC=CB, но понеже CD : CE=CA : CB, то также CD=CE, а AD=BE. Въ подобныхъ треугольникахъ BCK, BEH, находятся BC : CK=BE. EH и такъ $EH=\frac{CK \cdot EB}{BC}$; а въ подобныхъ треугольникахъ ACK, CDG, содержатся AC : CK=AD : DG, и такъ $DG=\frac{CK \cdot AD}{AC}$; но AD =BE, AC=BC, то $DG=\frac{CK \cdot BE}{BC}$, то есть EH и DG между собою равны; и когда отъ каждой пиримиды отъимется часть EG, то выдетъ DE=GH. И такъ явно есть, что когда прямая пирамида гдѣ нибудь напримѣръ въ DE съ основанiемъ прорѣжется параллельно, то происшедшая при DE фигура хотя есть и меньше самаго основанiя, однакожъ оному находится подобна; но подобные многоугольники по ихъ площади содержатся между собою такъ, какъ квадраты ихъ сходственныхъ сторонъ (§ 131), такъ находится происходящая отъ разрѣзу въ DE

фигура

фигура къ оной фигурѣ, которая имѣетъ основанíе АВ, какъ DE^2 къ AB^2. Тѣмъ самыя обстоятельства бываютъ и при косой пирамидѣ, что произведенная по параллельному съ основанíемъ прорѣзу GH фигура подобна фигурѣ основанíя; и такимъ образомъ произшедшая отъ разрѣзу GH фигура содержится къ фигурѣ имѣющей основанíе такъ, какъ GH^2 къ AB^2. Но понеже $DE = GH$, то слѣдуетъ изъ сихъ двухъ пропорцíй, что обѣ площади DE и GH необходимо долженствуютъ быть между собою равны. И такъ въ разсужденíи ихъ равной высоты можно изъ одной парамиды вырѣзать столько равныхъ частей, сколько и изъ другой: такъ легко можно видѣть, что сíи обѣ пирамиды, по ихъ толщинѣ долженствуютъ быть между собою равны. равнымъ же образомъ, ежели АВС есть треугольникъ, которой дѣлается отъ сторонъ прямаго конуса, а АКВ составляется отъ сторонъ косаго конуса; то происходящíя фигуры при DE и GH суть два равные круга, и такъ опять явно есть, что для равнаго числа такихъ равныхъ круговъ оба конуса по ихъ толщинѣ въ обоихъ мѣстахъ также равны быть долженствуютъ. По сему слѣдуетъ, что всѣ пирамиды и конусы вообще, которые равное основанíе и равныя высоты имѣютъ, по ихъ толщинѣ бываютъ между собою равны. Ибо каждая изъ нихъ есть равна прямой пирамидѣ имѣющей равное основанíе и равную высоту, слѣдовательно такíя пирамиды бываютъ между собою равны.

§ 133.

Каждая треугольная призма раздѣляется на три треугольныя пирамиды, которыя

которыя по их толщинѣ бывают между собою равны.

фиг: 167. Данная призма пускай будет ABC DEF, и буде в ней проведутся линѣи DC, DB и CE,
фиг: 168. то произойдет первая пирамида ABCD, которую ясняе представляет фигура 168; посем
фиг: 169. вторая пирамида DEFC, которую яснѣе видѣть можно в фигурѣ 169; и третья пирамида EBCD,
фиг: 170. которая изображена обстоятельнѣе под фигурою 170, а паче ежели оная с стороны BE представится; но сїе раздѣленїе можно усмотрѣть яснѣе, когда деревянная призма по вышепоказанному образу резрѣжется. А что три сїи пирамиды между собою равны, то сїе легко доказано быть может. Понеже оба основанїя призмы ABC и DEF между собою параллельны и равны, также сверх сего DA и FC на основанїях стоят перпендикулярно; то обѣ пирамиды ABCD и DEFC имѣют равныя основанїя ABC и DFE, и притом равныя высоты AB, FC, того ради онѣ между собою равны (§ 132). Понеже EFCB есть параллелограмм, а EC дїагональная линѣя, то CFE = EBC (§ 74); слѣдовательно основанїя CFE и EBC обѣих пирамид DEFC и DEBC между собою равны; оная линѣя, которая из общаго сих обѣих пирамид верху D проводится на поверхности CBEF перпендикулярно, находится как к EFC так и к EBC перпендикулярна, слѣдовательно обѣ сїи пирамиды имѣют также равную высоту, и так во всѣх частях между собою равны (§ 132), и потому всѣ три пирамиды между собою равны.

§ 134.

§ 134.

Сыскать толщину и наружную поверьхность треугольной пирамиды

Понеже треугольная пирамида ABCD есть фиг:
треугольная часть треугольной призмы, которая 168.
одинакое основанїе и одинакую высоту съ пирамидою имѣетъ (§ 133); то сыщи только толщину такой призмы (§ 125), и возьми оной третью часть, то получится содержанїе пирамиды. И такъ вообще толщина пирамиды ABCD $= \frac{ABC \times AD}{3}$. А чтобъ найти содержанїе всѣхъ наружныхъ поверьхностей, то надлежитъ сыскать площади всѣхъ треугольниковъ ACD, ABD, CDB и ABC (§ 94); и найденныя сїи площади сложить въ одну сумму.

§ 135

Найти толщину какой нибудь многоугольной пирамиды.

Явно есть, что всякая многоугольная пирамида можетъ раздѣлена быть вся на треугольныя пирамиды имѣющїя одинакую высоту. Положимъ
напримѣръ четыреугольную пирамиду ABCDE, фиг:
къ которой съ верху E на продолженное основанїе 171.
опущена перпендикулярная линѣя EF; то надлежитъ провесть дїагональную линѣю AC, и отъ того произойдутъ двѣ треугольныя пирамиды ABCE и ACDE, которыя прежнимъ во всемъ равны, и общую высоту EF имѣютъ, толщина пирамиды ABCE $= \frac{ABC.\ EF}{3}$ (§ 134), а толщина пирамиды ACDE $= \frac{ACD\ .\ EF}{3}$, ко-

торыхъ

торыхъ сумма есть $\frac{(ABC+ACD).EF}{3}$. Но ABC+ACD есть площадь основанія ABCD, того ради толщина цѣлой пирамиды $=\frac{ABCD.EF}{3}$, то есть, надлежитъ площадь основанія умножить высотою пирамиды, и сего произведенія взять третью часть, то получится толщина многоугольной пирамиды.

§ 136.

Сыскать толщину и наружную поверьхность конуса.

понеже основаніе конуса, которое есть кругъ, можно почесть за многоугольникъ, которой имѣетъ превеликое множество весьма малыхъ сторонъ; то конусъ есть также третья часть призмы имѣющей равное съ конусомъ основаніе и равную высоту, такъ и многоугольная пирамида есть третья часть своей призмы (§ 135). Но призма, которой основаніе кругъ, есть цилиндръ (§ 110); того ради консулъ есть третья часть цилиндра, которой съ конусомъ одинакое основаніе и одинакую высоту имѣетъ. Такъ надлежитъ только сыскать толщину такого цилиндра, то есть, должно умножить основаніе конуса его высотою (§ 127), и произведеніе раздѣлить на 3, то произойдетъ толщина конуса. Наружная поверьхность конуса прямаго находится такъ, ежели окружность основанія умножится половиною стороны конуса, и къ сему произведенію придастся площадь основанія, какъ попрежнему (§ 119)
фиг: 172. явствуетъ. Когда у конуса ABE въ верху отрѣжется часть CDE, которая имѣетъ свое основаніе CD съ основаніемъ цѣлаго конуса AB параллельное,

лельное, то остатокъ ABDC называется *отрѣзанной конусъ*, *Conus Truncatus*. Но чтобъ сыскать толщину такого отрѣзаннаго конуса, то явно есть, что надлежитъ найти толщину цѣлаго конуса, и толщину отрѣзанной части CED. У отрѣзаннаго конуса можно вымѣрять большой его діаметръ AB, также и меньшой діаметръ CD, съ высотою CH; но понеже AHC, AFE, CGE, суть между собою подобные треугольники (§ 58), то говорится, какъ AH, равность полудіаметровъ, содержится къ HC, высотѣ отрѣзаннаго конуса, такъ AF, большой полудіаметръ, къ FE, высотѣ цѣлаго конуса; такимже образомъ содержится CG, меньшой полудіаметръ къ GE, высотѣ отрѣзаннаго конуса. Но понеже сіи высоты даны и оба основанія по діаметрамъ найти можно (§ 103), то надлежитъ сперва искать толщину цѣлаго конуса, а потомъ толщину и отрѣзаннаго конуса; и когда толщина сего отрѣзаннаго конуса вычтется изъ толщины цѣлаго конуса, то останется толщина отрѣзаннаго конуса. Равнымъ же образомъ находится и наружная поверьхность отрѣзаннаго конуса.

§ 137.

Толщина шара или сферы бываетъ равна толщинѣ пирамиды, которой основаніе есть наружная поверьхность шара, а высота радіусъ онаго шара.

Надлежитъ себѣ представить, будто бы наружная поверьхность шара раздѣлена была на превеликое множество малыхъ квадратовъ, какой ABDE, и отъ его угловъ буде проведутся фиг: 173.

къ

къ центру прямыя линѣи , то произойдетъ небольшая четыреугольная пирамида , которой основанїе есть прямая поверьхность ABDE, а высота OC ; но понеже OC разнствуетъ отъ радїуса только весьма малою частицею , то можно вмѣсто OC взять радїусъ. И такъ толщина сей пирамиды $= \frac{ABDE.\ AC}{3}$ (§ 125). Но понеже такихъ пирамидъ превеликое множество шаръ составляютъ , и ежели то превеликое множество означится литерою n , то толщина шара будетъ $= \frac{n.\ ABDE.\ AC.}{3}$ Но n. ABDE есть вся наружная поверьхность шара ; того ради толщина шара $= \frac{\text{поверьхности шара} \times AC}{3}$ то есть , равна толщинѣ пирамиды , которой основанїе поверьхность шара , а высота радїусъ шара.

§ 158.

Шаръ содержится къ цилиндру , которой имѣетъ съ онымъ равное основанїе и равную высоту , какъ 2. къ 3

Сїе надлежитъ разумѣть такимъ образомъ : фиг: 175. Положимъ шаръ CF, съ начерченнымъ около его цилиндромъ ABDE , котораго двѣ противолежащїя стороны AD , BE , касаются до шара въ точкахъ G и H , а оба основанїя въ точкахъ C и F; или обѣ его стороны AD , BE , такожъ и дїаметры обоихъ основанїй AB и DE равны дїаметру шара ; то толщина шара будетъ $\frac{2}{3}$ противъ толщины цилиндра. И такъ будетъ окружность $DE = \frac{355 \cdot DE}{113}$, (§ 103) , площадь основанїя $DE = \frac{355 \cdot DE^2}{113 \cdot 4}$, (§ 103) , толщина цилиндра ,

потому

потому что $AD = DE$, будетъ $\frac{355 \cdot DE^2}{113 \cdot 4}$ (§ 127), и слѣдовательно толщина шара $=$ $\frac{2 \cdot 355 \cdot DE^3}{3 \cdot 113 \cdot 3}$, или $\frac{355\ DE^3}{6 \cdot 113}$. Для доказательства сего предложенія надлежитъ начертить квадратъ ABCD, и въ немъ провесть діагональную линѣю CA, и изъ центра C квадрантъ DGB. И такъ ежели представится, что сей квадратъ вмѣстѣ съ діагональною линѣею и съ квандрантомъ вкругъ обращается около стороны CD, то явно есть, что движеніемъ своимъ квадратъ произведетъ цилиндръ, діагольная линѣя обращенной конусъ, а квадрантъ половину шара (§ 110), какъ сіе въ фигурѣ 174 ясно видѣть можно. По семъ надлежитъ провесть линѣю EH, параллельную съ линѣею CB, и еще радіусъ CG; и должно себѣ представить, будто бы три помянутыя тѣла, по сей линѣѣ EH разрѣзаны были, то отъ сего разрѣзу во всѣхъ трехъ тѣлахъ произойдутъ такіе круги, которыхъ радіусы суть EH, EG, EF. Но понеже площади разныхъ круговъ содержатся между собою такъ, какъ квадраты ихъ радіусовъ (§ 103); то будетъ находиться кругъ шара къ коническому кругу, какъ EG^2 къ EF^2, или потому что $EF = EC$, какъ $EG^2 : EC^2$; того ради будетъ кругъ шара вмѣстѣ съ коническимъ кругомъ къ коническому кругу $= EG^2 + EC^2 : EC^2$, то есть какъ $CG^2 : EC^2$; но понеже $EH = DA = DC = CG$, то содержится цилиндрической кругъ къ коническому кругу $= CG^2 : EC^2$. Изъ сихъ двухъ пропорцій слѣдуетъ, что кругъ шара вмѣстѣ съ коническимъ кругомъ содержится къ коническому кругу, какъ цилиндриче- фиг: 174.

ской кругъ къ коническому кругу, слѣдовательно кругъ шара вмѣстѣ съ коническимъ кругомъ равенъ цилиндрическому кругу, или ежели отъ цилиндрическаго круга отъимется конической кругъ, то останется кругъ шара. Но когда сїе подлинно есть во всѣхъ параллельныхъ прорѣзахъ, и можно здѣлать въ конусѣ, въ половинѣ шара и въ цилиндрѣ для равной вышины BA и CD равное число такихъ прорѣзовъ, то слѣдуетъ изъ сего, что когда отъ цилиндра отъимется конусъ, останется половина шара. Такъ ежели (фиг: 175)
фиг: 175. отъ цилиндра ABHG отъимется конусъ AKB, то останется половина шара GCH. Но конусъ $= \frac{1}{3}$ цилиндра (§ 136), слѣдовательно половина шара $GCH = \frac{2}{3}$ цилиндра ABHG, то есть, содержится $GCH : ABHG = 2 : 3$; или $2GCH : 2ABHG = 2 : 3$. Но 2GCH есть цѣлой шаръ, а 2ABHG есть цѣлой цилиндръ, того ради содержится шаръ къ цилиндру, которой съ онымъ равное основанїе и равную высоту имѣетъ, какъ 2 къ 3. Сїе изящное предложенїе изобрѣлъ вышепомянутой (§ 102) Архимедъ, и почиталъ оное такъ высоко, что по оному приказалъ вырѣзать фигуру на своей гробницѣ. Но понеже какъ выше показано было, что по сему предложенїю толщина шара, котораго дїаметръ есть DE, выдетъ такая $\frac{355 \cdot DE^3}{6 \cdot 113}$, а кубъ дїаметра есть DE^3, то находится по пропорцїи, какъ 113 къ 355, кубъ дїаметра къ толщинѣ шара, какъ DE^3 къ $\frac{355 \cdot DE^3}{6 \cdot 113}$, то есть, какъ 678 къ 355. Изъ сего также слѣдуетъ, что два шара, разныхъ дїаметровъ въ разсужде-

нїи

нїи ихъ толщины содержатся между собою такъ, какъ кубы ихъ дїаметровъ. Ибо толщина шара, котораго дїаметръ есть DE $= \frac{355. DE^3}{6. 113}$. равнымъ же образомъ толщина шара, котораго дїаметръ de, будетъ $= \frac{355. de^3}{6. 113}$, ибо сїи числа при всѣхъ кругахъ остаются непремѣнны; такъ содержится толщина перьвагo къ толщинѣ втораго шара, какъ $\frac{355. DE^3}{6. 113} : \frac{355. de^3}{6. 113}$, то есть какъ $DE^3 : de^3$.

§ 139.

Наружная поверьхность шара есть въ четверо больше онаго круга, которой радїусомъ шара описанъ бываетъ.

Когда наружная поверьхность шара для краткости изъявится литерою S, а кругъ DLEM, которой изображается радїусомъ шара FE или KH, литерою C, то толщина шара будетъ $= \frac{S. KH}{3}$ (§ 137). Но самая же сїя толщина $= \frac{2C. 2KH}{3}$ (§ 138), или $\frac{4C. KH}{3}$, того ради должно быть $\frac{S. KH}{3} = \frac{4C. KH}{3}$, то есть когда оба количества умножатся 3, и раздѣлятся на KH, то будетъ $S = 4C$. Ежели положится окружность шара P, то $C = \frac{P. GH}{4}$ (§ 103), и такъ $4C = P. GH$. Но понеже $4C = S$, то $S = P. GH$, то есть наружная поверьхность шара выдетъ, когда окружность его умножится дїаметромъ. фиг: 175.

§ 140.

Изъ даннаго діаметра шара сыскать его толщину и наружную поверьхность.

Изъ даннаго діаметра шара сыщи окружность (§ 103), и умножь оную діаметромъ, то выдетъ наружная поверьхность шара (§ 139); сія поверьхность умноженная шестою частью діаметра, или третьею частью радіуса, дастъ толщину шара (§ 137). А діаметръ шара находится, когда шаръ положится на гладкую и ровную доску, и къ его обоимъ бокамъ приставятся два
фиг: наугольника FGH и IKL, какъ въ фигурѣ по-
173. казано; и тогда KG будетъ искомой діаметръ, или особливымъ циркуломъ, у котораго обѣ ножки загнуты, и которой называется *кронъ-*
фиг: *циркулъ*. Толщину шара можно также найти,
176. когда къ 678, 355, и къ данному кубу подлиной величины діаметра сыщется четвертое пропорціональное число (§ 138). Напримѣръ, ежели даннаго шара положится діаметръ въ 56, то найдется требуемая толщина шара такимъ образомъ;

$$\begin{array}{r} 56 \\ 56 \\ \hline 336 \\ 280 \\ \hline 3136 \\ 56 \\ \hline 18816 \\ 15680 \\ \hline 175616 \end{array}$$ кубъ діаметра.

678 :

```
678 : 355 = 175616
             355
          ------
          878080
         878080
        526848
678 ) 62343680 + 91952′ □
       6102|||||
      ----------
        1323|||
         678|||
       --------
        6456||
        6102||
       -------
         3548|
         3390|
        ------
          1580
          1356
         -----
           224
```

′□

слѣдовательно толщина сего шара есть 91952, или 91 кубическая сажень, и 952 кубическихъ фута (§ 122).

§ 141.

Найти толщину каждаго неправильную фигуру имѣющаго тѣла.

Толщину неправильнаго тѣла можно сыскать помощїю пустаго сосуда, которой внутри имѣетъ правильную фигуру параллелепипеда, или цилиндра. Ибо надлежитъ положить въ такой сосудъ неправильное тѣло, и налить воды, или насыпать мѣлкаго песку, такъ чтобъ оной въ какой нибудь высотѣ надъ тѣломъ находился, напримѣръ въ ABC, и смѣрять высоту GB; Фиг: 177. а потомъ тѣло должно вынять, и дать всей водѣ

 съ него

съ него скапать, или когда песокъ употребляется, то надобно оной сравнять, чтобъ его поверьхность DEF, была горизонтальна, и надлежитъ смѣрять опять высоту GE, и когда GE вычтется изъ GB, то останется высота BE. Понеже по изъятіи тѣла верьхняя поверьхность воды AB столько внизъ упадаетъ, сколько пространства занимало тѣло, и сколько воды съ своего мѣста выгнало; то явно есть, что пространство ADBECF будетъ толщина неправильнаго тѣла. И такъ изъ данной высоты BE и изъ даннаго основанія внутренней пустоты сыщи кубическое содержаніе пространства ABCFED (§ 123. 127), то получится толщина положеннаго тѣла. А ежели бы надлежало вымѣрять толщину такого тѣла, котораго съ мѣста содвинуть не можно, какъ напримѣръ статуй и прочихъ подобныхъ сему вещей, то сіе можетъ наиспособнѣе учинено быть слѣдующимъ образомъ: Около такого тѣла надлежитъ здѣлать изъ твердой матеріи правильную пустую фигуру, напримѣръ параллелепипедъ, или призму, въ которой бы вода содержаться могла; и какъ сіе учинится, то надобно здѣлать сосудъ такой, которой бы содержалъ въ себѣ точно кубической футъ или кубической дюймъ воды; и притомъ примѣчать, сколько такихъ сосудовъ наполненныхъ водою въ помянутую правильную фигуру войдетъ, чтобъ вода надъ статуею въ кокой нибудь вышинѣ стояла; потомъ по самую сію высоту должно исчислить кубическое содержаніе правильнаго пространства, и вычесть изъ него кубическое содержаніе влитой воды, то искомое получится.

получится. Положимъ, что во всемъ пространствѣ по самую поверьхность воды нашлося 52 кубическихъ фута, то сїе содержанїе есть налитой воды съ статуею вмѣстѣ; но когда напримѣръ въ такой правильной фигурѣ находится воды 12 кубическихъ футовъ, то надлежитъ только 12 изъ 52 кубическихъ футовъ вычесть, чтобъ толщина статуи въ 40 кубическихъ футовъ осталась.

§ 142.

Кромѣ вышепомянутыхъ тѣлъ Геометрїя разсуждаетъ еще и о другихъ тѣлахъ, которыхъ свойство состоитъ въ томъ, что они заключаются въ однихъ только правильныхъ многоугольникахъ, и называются особливымъ именемъ *тѣла правильныя*, о которыхъ разсуждать теперь будемъ.

Оныя называются также и *тѣла Платоническїя*, *Corpora Platonica*, потому что Платонъ въ своей естественной наукѣ сравниваетъ съ оными небо и четыре элемента. Къ составленїю правильнаго тѣла требуются двѣ части: первая, чтобъ оно заключалось въ однихъ только правильныхъ многоульникахъ, вторая, чтобъ сїи правильные многоугольники были всѣ между собою равны. Такъ напримѣръ тѣло ABCD, фиг: 178.
есть правильное тѣло, ибо оно составляется изъ однихъ правильныхъ треугольниковъ ADC, BDC, ADB и ABC, которые всѣ между собою равны. Но чтобъ основательно разумѣть свойство сихъ тѣлъ, то надлежитъ прежде знать, что

 есть

есть Angulus Solidus, то есть *уголъ толстой*. Такой уголъ толстой есть на тѣлѣ выходящая острота, которая состоитъ изъ нѣсколькихъ вмѣстѣ соединившихся плоскихъ угловъ. Напримѣръ при точкѣ D находится уголъ толстой, потому что тамъ есть острота, которая составляется изъ трехъ вмѣстѣ соединенныхъ плоскихъ угловъ ADC, ADB и BDC, или ежели на такой толстой уголъ посмотрѣть изнутри, то оной есть наклоненіе трехъ линѣй или больше, которыя сходятся въ одну точку, а не лежатъ на плоской поверьхности, но какъ напримѣръ въ углахъ хоромины, гдѣ двѣ стѣны и потолокъ вмѣстѣ
фиг: 179. сходятся, E есть уголъ толстой, которой состоитъ изъ четырехъ вмѣстѣ сложенныхъ угловъ плоскихъ AEB, BEC, CED и DEA. По сему легко видно, что два плоскіе угла не могутъ произвести никакого толстаго угла, и такъ къ составленію толстаго угла требуются по крайней мѣрѣ три плоскіе угла.

§ 143.

Сумма всѣхъ плоскихъ угловъ, которые составляютъ толстой уголъ, долженствуетъ быть всегда меньше 360 градусовъ.

Когда нѣсколько плоскихъ угловъ, которые всѣ вмѣстѣ содержатъ 360°, съ собою верьхами и боками соединятся, то производятъ они плоскую поверьхность (§ 22), и такъ не составляютъ они ни какой остроты, которая надъ находящимся внизу основаніемъ вверьху бываетъ, слѣдовательно не дѣлаютъ они никакого толстаго угла.

§ 144.

Уголъ толстой въ правильномъ тѣлѣ болѣе быть не можетъ, какъ только пятью видами.

Понеже толстой уголъ надлежитъ къ правильному тѣлу, то долженъ онъ составленъ быть изъ верьховъ однихъ только правильныхъ многоугольникъ (§ 142). И понеже имѣетъ онъ быть уголъ толстой, то надлежитъ суммѣ плоскихъ угловъ, отъ которыхъ соединенія онъ происходитъ, быть меньше 360°. Теперь возмемъ мы въ разсужденіе такіе правильные многоугольники, и разсмотримъ, которые и какіе изъ нихъ къ сему находятся годны. Въ правильномъ треугольникѣ уголъ полигона есть въ 60° (§ 78), но понеже къ составленію толстаго угла требуются по крайней мѣрѣ три плоскіе угла (§ 142), то правильной треугольникъ къ сему годится. Первое, уголъ толстой составляется изъ трехъ плоскихъ угловъ, того ради происходитъ уголъ толстой D. Второе, составляется оной изъ четырехъ плоскихъ угловъ, потому что ихъ сумма бываетъ 240°, которая меньше 360°, такъ раждается уголъ толстой E. Третіе, слагается изъ пяти плоскихъ угловъ, ибо тогда сумма ихъ равна 300°, которая опять меньше 360° и такъ получается уголъ толстой F. А отъ шести плоскихъ угловъ уголъ толстой не бываетъ, потому что тогда ихъ сумма содержитъ точно 360°, изъ чего можетъ здѣлаться одна только плоская поверьхность, и такъ изъ правильнаго треугольника можно произвесть толстой уголъ только тремя способами. Въ правильномъ четыре-

фиг: 178. фиг: 179. фиг: 180.

угольникѣ уголъ полигона есть въ 90° (§ 78), а три такихъ угла вообще дѣлаютъ 270°, и такъ меньше 360°, слѣдовательно три правильные четыреугольника годятся къ произведенію толстаго угла, изъ которыхъ одинъ есть
фиг: 181. G. А четыре такіе угла дѣлаютъ уже 360°, того ради они не годятся къ составленію толстаго угла; слѣдовательно изъ правильныхъ четыреугольниковъ можно произвесть толстой уголъ только однимъ способомъ. Въ правильномъ пятіугольникѣ уголъ полигона есть въ 108° (§ 78), и три такіе угла вообще содержатъ 324°, и сіе число меньше 360°, слѣдовательно три правильные пятіугольника могутъ произвесть толстой уголъ, какой есть Н.
фиг: 182. А четыре такіе угла дѣлаютъ уже 432°, которое число больше 360°, того ради оные не годятся къ составленію сего толстаго угла, какъ сіе по вырѣзаннымъ изъ толстой бумаги плоскимъ угламъ ясно видѣть можно. Въ правильномъ шестіугольникѣ три плоскіе угла толстаго угла произвесть не могутъ: ибо уголъ полигона въ ономъ есть 120°, и три такіе угла вмѣстѣ взятые дѣлаютъ уже 360°. А прочіе правильные многоугольники, которые имѣютъ больше шести сторонъ къ составленію толстаго угла, и подавну не годятся, и такъ остаются только вышепоказанные способы, которыхъ всѣхъ только пять находится.

§ 145.

Всѣхъ правильныхъ тѣлъ только пять находится.

Понеже изъ всѣхъ правильныхъ многоугольниковъ больше произвесть не можно, какъ только пять

пять способовъ къ составленїю толстаго угла (§ 144), а правильное тѣло толстые углы необходимо имѣть долженствуетъ (§ 142), то явно есть, что правильныхъ тѣлъ по возможности только пять находится. Сїи правильныя тѣла слѣдуютъ по такому порядку, какъ выше показаны (§ 144) толстые углы. Первое правильное тѣло заключается въ четырехъ сторонахъ или такъ называемыхъ граняхъ, которые всѣ между собою равны, и каждая изъ нихъ есть правильной треугольникъ, и находятся по три вмѣстѣ, которыя дѣлаютъ толстые углы, и называется такое тѣло *Тетраэдръ*, или *четырегранное тѣло*. Второе тѣло содержится въ восьми граняхъ между собою равныхъ; каждая изъ нихъ правильной треугольникъ, и по четыре оныхъ вмѣстѣ находится, которыя составляютъ толстой уголъ; и того ради называется оно *Октаэдръ* или *осьмигранное тѣло*. Третїе тѣло есть о дватцати граняхъ между собою равныхъ; каждая изъ нихъ правильной треугольникъ, и находятся по пяти оныхъ вмѣстѣ, которыя производятъ толстые углы, и того ради именуется оно *Икосаэдръ*, или *двaтцатигранное тѣло*. Четвертое тѣло заключается въ шести граняхъ между собою равныхъ; каждая изъ нихъ правильной четыреугольникъ, и находятся оныхъ по три вмѣстѣ, которыя дѣлаютъ толстые углы, чего ради называется оно *Гексаэдръ*, или *шестигранное тѣло*, и есть не что иное какъ кубъ, о которомъ выше толковано было. Пятое тѣло состоитъ въ двенатцати граняхъ между собою равныхъ, каждая изъ нихъ правильной пятїугольникъ и по три вмѣстѣ оныхъ находится, которыя составляютъ

фиг: 178. фиг: 179. фиг: 180. фиг: 181. фиг: 182.

толстые

толстые углы, и того ради называется оно *Додекаэдръ* или *двенатцатигранное тѣло.* Изъ коликихъ граней состоитъ каждое пра́вильное тѣло, то можно яснѣе видѣть на ихъ фигурахъ, которыя мы здѣсь опишемъ.

§ 146.

Здѣлать чертежъ къ составленію пяти пра́вильныхъ тѣлъ.

Какимъ образомъ надлежитъ здѣлать чертежъ Гексаэдру или кубу, то о томъ выше объявлено (§ 114). Чертежъ тетраэдру дѣлается, когда начертятся четыре равносторонные треугольника, какъ въ фигурѣ 183, или 184 показано, и вмѣстѣ сложатся (§ 32). Чертежъ октаэдру дѣлается также изъ восьми равносторонныхъ треугольниковъ, какъ фигура 185 изъявляетъ. Чертежъ икосаэдру изъ дватцати равносторонныхъ же треугольниковъ, какъ въ фигурѣ 186 представлено. Напослѣдокъ чертежъ додекаэдру должно здѣлать изъ пра́вильныхъ пятїугольниковъ (§ 83), а оные вмѣстѣ соединены такъ, какъ въ фигурѣ 187. представлено. Впротчемъ съ сими чертежами для составленїя пра́вильныхъ тѣлъ надлежитъ поступать такъ, какъ выше (§ 114) объявлено.

§ 147.

Сыскать толщину и наружную поверьхность пяти пра́вильныхъ тѣлъ.

Какимъ образомъ находится толщина гексаэдру или кубу, то о томъ (§ 122) уже́ объявлено. Тетраэдръ есть треугольная пирамида; того ради его толщина сыскивается такъ, какъ треугольной пирамидѣ (§ 134). Октаэдръ есть двойная четыреугольная пирамида, того ради и толщи-

на

на его находится такъ, какъ выше (§ 135) объявлено. Икосаэдръ состоитъ изъ двантцати треугольныхъ, а додекаэдръ изъ двенатцати пятїугольныхъ пирамидъ, которыя всѣ верьхъ свой имѣютъ въ центрѣ своего тѣла; того ради надлежитъ оныя вымѣрять такимже образомъ какъ въ (§ 135) показано. Что касается до наружныхъ поверьхностей, то при описанїи куба сїе ужѐ показано (§ 122). У тетраэдра находятся четыре, у октаэдра восемь, у икосаэдра двантцать равностороннихъ треугольниковъ, и такъ надлежитъ сыскать площадь только одному треугольнику (§ 94), и оную умножить числомъ граней пра́вильнаго тѣла. Додекаэдръ слагается изъ двенатцати пра́вильныхъ пятїугольниковъ, и ежели сыщется площадь одному пятїугольнику (§ 95), и оная умножится 12; то произведенїе покажетъ всю наружную поверьхность додекаэдра. Такъ ежели сторона гексаэдра или куба положится 1000, сторона октоэдра 1285, тетраэдра 2040, икосаэдра 770, додекаэдра 507 то пра́вильныя тѣла̀ въ разсужденїи ихъ толщины будутъ между собою равны.

§ 148.

Къ каждому данному тѣлу сыскать равной кубъ; или найти такой кубъ, которой бы былъ противъ даннаго тѣла вдвое, втрое, вчетверо или въ нѣсколько разъ болѣе.

По прежнимъ предложенїямъ надлежитъ сыскать толщину данному тѣлу; изъ сей толщины или умноживши оную прежде 2, 3, 4, или другимъ какимъ нибудь даннымъ числомъ, должно

извлечь

извлечь радиксЪ кубичной, которой будетЪ сторона искомаго куба. ТакЪ ежели дана будетЪ толщина цилиндра вЪ $\overset{\circ}{103}\,\overset{/\square}{823}$, то спрашивается, какЪ надлежитЪ сыскать такой кубЪ, которой бы былЪ равенЪ сему цилиндру; то надлежитЪ извлечь изЪ 103823 радиксЪ кубичной, которой будетЪ $4^{\circ}\ 1'\ 7''$, и сїе число изЪявляетЪ сторону куба, которой равенЪ цилиндру. ТакимЪ же образомЪ можетЪ разрѢшена быть и оная славная задача о удвоенїи куба или Duplicatio Cubi, которая, какЪ обЪявляютЪ, всегда отЪ языческаго оракула вЪ городѢ ДелфѢ, яко сильное средство отЪ мороваго повѢтрїя ДелїйскимЪ жителямЪ предлагаема была, а именно, чтобЪ они удвоили олтарь АполлоновЪ, которой имѢлЪ кубическую фигуру; того ради сїя задача называется также Problema Deliacum, то есть *задача Делїйская*. ПоложимЪ толщину даннаго куба вЪ $\overset{\circ}{36}\,\overset{/\square}{521}$, то надлежитЪ сїе число умножить двумя, отЪ чего выдетЪ 73042, изЪ сего числа̀ извлечь радиксЪ кубичной, то получится сторона двойнаго куба около $4^{\circ}\ 1'\ 7'$. ПрисемЪ примѢчать надлежитЪ, что изЪ удвоеннаго кубичнаго числа̀, радиксЪ кубичной никогда нацѢло извлеченЪ быть не можетЪ; чего ради сей задачи по АриѳметикѢ точно разрѢшить не льзя. ТакЪ какЪ напримѢрЪ по оной изЪ 2 или изЪ другаго числа̀, которое не квадратное, радикса квадратнаго совершенно извлечь не можно. А понеже вЪ Геометрїи радиксЪ квадратной изЪ 2 линѢею совершенно изЪявленЪ быть можетЪ (§ 100), то такимЪ же образомЪ можно изЪ каждаго удвоеннаго числа радиксЪ

диксъ кубичной линѣею представить, и тако кубъ точно удвоить; но токмо сїе по кругу, также и по прямымъ линѣямъ учинено быть не можетъ, но потребно къ сему особливая кривая линѣя, а не кругъ, и того ради сїя задача надлежитъ до вышшей Геометрїи (§ 5.).

КОНЕЦЪ.

ПРИБАВЛЕНІЕ КЪ ГЕОМЕТРІИ

содержащее

ПРЯМОЛИНѢЙНУЮ

ТРИГОНОМЕТРІЮ

Г. ДЕПАРСІЭ,

переведено съ Французскаго

Академіи Наукъ Переводчикомъ

Борисомъ Волковымъ.

КЪ ЧИТАТЕЛЮ.

Всякому довольно извѣстно, что Тригонометрія составляетъ знатную часть Геометріи, и что многія практическія задачи по ней удобнѣе рѣшены быть могутъ, нежели по Геометріи; слѣдовательно юношеству она столь же полезна, какъ и Геометрія. Для сей причины при нынѣшнемъ второмъ изданіи Геометріи принялъ я намѣреніе присовокупить и прямолинѣйную Тригонометрію, которую въ пользу учащагося юношества перевелъ я съ Французскаго языка. Сію Тригонометрію другимъ предпочелъ я для того, что она показалась мнѣ многихъ пространнѣе, основательнѣе и удобнѣе; а особливо для того, что славные и ученые мужи Кассинъ, Меранъ и Пито, которымъ отъ Королевской Парижской Академіи Наукъ велѣно было помянутую Тригонометрію разсмотрѣть, удостоили оную не малой похвалы. Въ сей Тригонометріи всѣ предложенія такъ между собою соединены, что одно изъ другаго непосредственно слѣдуетъ, и всѣ такъ ясно доказаны, что ни малаго

сомнѣнія не оставлено. На концѣ присовокуплено и употребленіе Тригонометріи въ практикѣ, какъ то въ измѣреніи разстояній и высотъ, и въ сочиненіи Географическихъ картъ. Впротчемъ намѣреніе и желаніе мое совершится, есть ли сей малой мой трудъ по мѣрѣ моего усердія учащемуся юношеству принесетъ желаемую пользу.

):o:(

ПРЯМОЛИНѢЙНАЯ ТРИГОНОМЕТРІЯ

§ 1.

Прямолинѣйная *Тригонометрія* есть часть Геометріи, которая подаетъ способъ, какъ изъ данныхъ трехъ частей прямолинѣйнаго треугольника, изъ которыхъ хотя одной неотмѣнно должно быть сторонѣ, находить протчія его части; или *Тригонометрія* есть часть Геометріи, которая разсуждаетъ о прямолинѣйныхъ треугольникахъ въ разсужденіи ихъ сторонъ и угловъ ни мало не взирая на пространство, которое они заключаютъ.

§ 2. *Прямой синусъ дуги* (*sinus rectus*) или фиг: 1.
угла называется прямая линѣя опущенная изъ одного конца оной дуги перпендикулярно на радіусъ проходящей черезъ другой конецъ оной же дуги. Такъ линѣя FH есть прямой синусъ дуги BF, или угла BAF, LK есть прямой синусъ дуги BL или угла BAL.

§ 3. Можно также сказать, что синусъ дуги есть половина хорды стягивающей удвоенную дугу. Извѣстно изъ Геометріи, что FH есть половина хорды FC стягивающей дугу FBD, которая вдвое больше дуги GB.

§ 4. Чѣмъ ближе дуга BH подходить будетъ къ точкѣ I, тѣмъ больше становиться будетъ синусъ FH, такъ что когда точка

L безмѣрно будетъ близко точки I, то уголъ LAB можно будетъ почесть за прямой, и точка K упадетъ ужѐ тогда на точку A, и синусъ LK отъ радіуса IA ничемъ разниться не будетъ. Изъ чего явствуетъ, что радіусъ IA есть синусъ прямаго угла; и понеже онъ больше всѣхъ протчихъ синусовъ, то называютъ его *цѣлымъ синусомъ* (*sinus totus*).

§ 5. *Дополненіе дуги* (*complementum arcus*) или угла называется дуга, которая съ нею взятая составляетъ четверть круга или прямой уголъ. Такъ дуга IF есть дополненіе дуги BF, потому что та съ сею составляетъ четверть круга. равнымъ образомъ дуга BF дополненіемъ дуги IF назваться можетъ.

§ 6. *Синусъ дополненія* (*sinus complementi*) какой нибудь дуги есть прямой синусъ дуги составляющей съ другою 90 градусовъ, такъ FG есть синусъ дополненія дуги BF, а именно есть синусъ дуги IF.

§ 7. Понеже линѣя GF равна линѣѣ AH, то всегда можно брать разстояніе центра отъ прямаго синуса за синусъ дополненія. Изъ чего слѣдуетъ, что когда въ прямоугольномъ треугольникѣ гипотенуза возмется за радіусъ или цѣлой синусъ, то каждая изъ протчихъ сторонъ будетъ синусъ противолежащаго угла.
фиг: 2. Ибо когда гипотенуза BC будетъ радіусъ круга или цѣлой синусъ, то AC будетъ синусъ угла B, а AB синусъ угла C, то есть во всякомъ прямоугольномъ треугольникѣ всякая сторона есть синусъ противолежащаго угла.

§ 8. *Обращенной синусъ дуги* (*sinus versus*) называется часть радіуса заключающагося между прямымъ синусомъ и дугою. Такъ BH есть

есть обращенной синусъ дуги BF, а IG есть обращенной синусъ дуги IF. Когда въ Тригонометрiи говорится только синусъ, то всегда разумѣется прямой синусъ. фиг: 1.

§ 9 *Касательная линѣя дуги* (*tangens*) или угла именуется прямая линѣя стоящая перпендикулярно на концѣ радiуса проходящаго чрезъ одинъ конецъ дуги и соединяющаяся съ продолженнымъ радiусомъ чрезъ другой конецъ той же дуги. Такъ линѣя BC есть тангенсъ или касательная линѣя дуги BF, а линѣя IE есть касательная линѣя дуги IF.

§ 10. *Секансъ* или *разсѣкающая линѣя* (*secans*) дугу есть нечто иное, какъ продолженной радiусъ чрезъ конецъ дуги сходящейся съ касательною линѣею. Такъ линѣя AC есть разсѣкающая линѣя дугу BF, а линѣя AE есть разсѣкающая линѣя дугу IF.

§ 11. Изъ сихъ послѣднихъ двухъ изъясненiй явствуетъ, что когда въ прямоугольномъ треугольникѣ ABC возмется одна сторона AB за радiусъ или за цѣлой синусъ, то другая сторона AC будетъ тангенсъ угла B лежащаго близъ стороны AB, а гипотенуза BC будетъ секансъ тогожъ угла B. Но когда AC возмется за радiусъ или за цѣлой синусъ, то сторона AB будетъ тангенсъ угла C лежащаго возлѣ стороны AC, а гипотенуза BC секансъ того же угла C. фиг: 2

§ 12. Понеже тангенсъ и секансъ взаимно пресѣкаются (§ 9 и 10), то легко можно видѣть, что прямые углы и дуги, или углы имѣющiе больше нежели 90 градусовъ, не имѣютъ ни тангенса ни секанса; ибо когда уголъ будетъ прямой, то секансъ AC фиг: 1.

 упадетъ

упадетъ на радїусъ AI ; и слѣдовательно будетъ параллеленъ съ касательною линѣею BC, и потому съ нею соединиться не можетъ , а еще болѣе не соединится , когда уголъ будетъ тупой. Напримѣръ радїусъ AN никогда не соединится съ касательною линѣею BC , хотя безконечно продолжится , ибо вмѣсто того , чтобъ соединиться, онѣ другъ отъ друга удаляются. Правда когда радїусъ AN продолжится далѣе A , а касательная линѣя BC продолжится далѣе точки B , то сїи линѣи сойдутся въ одной точкѣ ; однако ихъ не съ той стороны продолжать надлежитъ , ибо Тригонометрїя не разсуждаетъ о тѣхъ линѣяхъ , которыя сходятся внѣ угла. Равнымъ образомъ тупые углы , или углы имѣющїе больше 90 градусовъ, не имѣютъ синусовъ. Ибо они должны упасть внѣ угла , какъ напримѣръ синусъ NO въ разсужденїи тупаго угла BAN ; но понеже дополненїя угловъ до двухъ прямыхъ всегда меньше нежели 90 градусовъ , то Тригонометрїя показываетъ находить синусы , тангенсы и секансы дополненїй до двухъ прямыхъ угловъ , и потому можно будетъ найти дугу или тупой надлежащей уголъ.

§ 13. Смѣжные углы тупой и острой на одной линѣѣ стоящїе имѣютъ одинъ общей синусъ , тангенсъ и секансъ. Такъ напримѣръ уголъ FAB , и ему смѣжной FAO имѣютъ одинъ синусъ FH , одинъ тангенсъ BG и одинъ секансъ AC : ибо хорда FD есть общая какъ дугѣ FBD , такъ и дугѣ FOC , а понеже половина оной хорды есть синусъ половины дуги , которую она стягиваетъ : того ради оная половина хорды будетъ синусъ какъ половины

дуги

дуги FBD, такъ и половины дуги FOD, слѣдовательно будетъ также синусъ какъ угла FAB, такъ и угла FAO. Тожъ самое разумѣть должно о тангенсѣ и секансѣ; ибо секансъ и тангенсъ должны взаимно пересѣчься, и тангенсъ долженъ стоять перпендикулярно на концѣ радїуса проходящаго чрезъ одинъ конецъ дуги, а чрезъ другой конецъ той же дуги долженъ проходить секансъ. Но въ тупомъ углѣ не могутъ сїи двѣ линѣи сойтися, слѣдовательно и тангенсъ и секансъ должны быть тѣ же, что въ остромъ смѣжномъ углѣ.

Предложенїе 1.

§ 14. *Въ неравныхъ кругахъ синусы, касательныя и пересѣкающїя линѣи подобныхъ дугъ находятся въ такой же пропорцїи, въ какой радїусы ихъ круговъ.*

Есть ли радїусы AC, KH двухъ неравныхъ частей круга ACEF, HKLG будутъ не равны, но дуги CE и KL будутъ подобны или будутъ имѣть равное число градусовъ, то синусъ BE къ радїусу AE такъ будетъ находиться, какъ синусъ IL къ радїусу HL, также и тангенсъ CD къ радїусу AC, какъ тангенсъ KM къ радїусу HB, или какъ секансъ фиг: 4.
HM къ радїусу HK такъ будетъ содержаться какъ секансъ AD къ радїусу AC.

Доказательство.

Уголъ A равенъ углу H, потому что ихъ мѣры CE и KL равны по положенїю; углы HIL и ABE прямые. Чего ради треугольники ABE и HIL суть равноугольны, и потому стороны противоположенныя сходственнымъ угламъ будутъ пропорцїональны (по пра-

виламъ Геометрическимъ), Слѣдовательно синусъ BE къ радїусу AE такъ будетъ содержаться, какъ синусъ IL къ радїусу HL, или какъ касательная линѣя CD будетъ содержаться къ радїусу AC, такъ касательная линѣя CD будетъ содержаться къ радїусу AC, и касательная линѣя KM къ радїусу HK; равнымъ образомъ пересѣкающая линѣя AD содержится къ радїусу AC какъ пересѣкающая линѣя HM къ радїусу HK. ч. д. н.

§ 15. Изъ чего слѣдуетъ, что ежели радїусъ какого нибудь круга раздѣленъ будетъ на 100000 равныхъ частей, или на сколько нибудь равныхъ частей, и ежели вычислится, сколько такихъ частей въ синусѣ, касательной или пересѣкающей линѣѣ каждой дуги четверьти круга содержаться будетъ, то найденныя числа для синусовъ, касательныхъ и пересѣкающихъ линѣй можно будетъ приложить къ синусамъ, касательнымъ и пересѣкающимъ линѣямъ каждаго круга, ежели только положится, что радїусъ такого круга раздѣленъ на столько же равныхъ частей, хотя онъ будетъ больше или меньше.

§ 16. Здѣсь не надлежитъ намъ дѣлать выкладки, о которыхъ передъ симъ объявлено. Сей трудъ ужѐ древнїе преодолѣли, и оныя выкладки намъ оставили, но здѣсь объявлено будетъ то, коимъ образомъ они до того дошли. Впротчемъ ихъ употребленїе изъ слѣдующихъ предложенїй удобнѣе можно будетъ видѣть. Здѣсь только мы начнемъ изъискивать, сколько частей долженъ имѣть каждой синусъ, когда радїусъ положится въ 10000000 частей; ибо когда синусы извѣстны будутъ,

то

то легко можно будетъ найти, сколько въ касательной и въ пересѣкающей линѣѣ такихъ частей содержаться будетъ, но сїе показано будетъ в переди.

Предложенїе 2.

§ 17 *Ректангулъ изъ дїагональныхъ линѣй всякаго четвероугольника описаннаго въ кругѣ равенъ суммѣ двухъ ректангуловъ произшедшихъ изъ двухъ противолежащихъ сторонъ того же четвероугольника.* Такъ въ четвероугольникѣ ABCD, описанномъ въ кругѣ, ректангулъ изъ AC на BD равенъ суммѣ ректангуловъ изъ сторонъ AD и BC, и изъ линѣй AB на DC. фиг: 5.

Доказательство.

Проведи линѣю AE, такъ чтобъ уголъ DAE равенъ здѣлался углу BAC, треугольникъ BAC для равныхъ угловъ будетъ подобенъ треугольнику AED; ибо углы ADB и ACB равны между собою, потому что стоятъ на одной дугѣ AB, а уголъ DAE здѣланъ равенъ углу CAB; чего ради и третей уголъ равенъ третьему углу, и потому будетъ CB : CA = DE : DA. Слѣдовательно будетъ CB. × DA, то есть ректангулъ изъ CB на DA равенъ ректангулу изъ CA на DE. равнымъ образомъ треугольники ABE и ACD для равныхъ угловъ суть подобны; ибо углы ABE и ACD стоятъ на одной дугѣ AD, а приложивъ къ двумъ равнымъ угламъ CAB и DAE, уголъ EAC, произойдетъ уголъ CAD равной углу BAE. Чего ради будетъ AB : BE = AC : DC. И потому ректангулъ изъ AB на DC равенъ

будетъ

удетъ ректангулу изъ AC на BE ; но ректангулъ изъ AC и цѣлой линѣи BD равенъ всѣмъ ректангуламъ изъ цѣлой AC и частей BE и ED линѣи BD ; слѣдовательно ректангулъ изъ двухъ дїагональныхъ линѣй AC и BD равенъ ректангулу изъ AB на DC и ректангулу изъ BC на AD. ч. д. н.

Задача 1.

§ 18. *Когда будетъ извѣстна хорда какой нибудь дуги , найти хорду дополненїя до полукружїя или до двухъ прямыхъ угловъ.*

Рѣшенїе.

Фиг: 6. Изъ Геометрїи извѣстно, что квадратъ дїаметра DA равенъ квадратамъ линѣй DF и AF взятымъ вмѣстѣ , потому что уголъ F находящейся въ полукружїи всегда будетъ прямой ; такимъ образомъ когда представимъ , что радїусъ раздѣленъ на 10000000 частей , то дїаметръ AD будетъ имѣть 20000000 частей , и когда будетъ извѣстно, сколько хорда AF такихъ частей имѣетъ , то изъ квадрата дїаметра AD вычти квадратъ хорды AF , и останется квадратъ хорды DF. По извлеченїи же радикса квадратнаго выдетъ и самая хорда DF.

Задача 2.

§ 19. *Когда будутъ извѣстны хорды двухъ дугъ , найти хорду стягивающую объ данныя дуги.*

Рѣшенїе.

Естьли будутъ извѣстны хорды AB и AD , то по прежней задачѣ можно будетъ

найти

найти хорды BC и DC дополненій до полу- фиг: 7
кружія ; когда же хорда AB умножится на хорду CD , а хорда AD на хорду BC , и сіи произведенія сложатся вмѣстѣ , то выдетъ произведеніе двухъ діагональныхъ линѣй AC и BD (§ 17) , которое когда раздѣлится на діаметръ AC , то выдетъ хорда BD суммы данныхъ дугъ.

Задача 3.

§ 20. *Когда будетъ извѣстна хорда какой нибудь дуги , найти хорду удвоенной дуги.*

Рѣшеніе.

Когда будетъ извѣстна хорда AB , то фиг: 8.
можно будетъ найти хорду BD , которая стягиваетъ удвоенную дугу, слѣдующимъ образомъ: Найди хорду BC дополненія до полукружія (§ 18), она равна будетъ хордѣ DC. Умножъ AB на CD , а AD на BC , сложи оба произведенія въ одну сумму , или , что все равно, удвой произведеніе изъ AB на CD , и выдетъ произведеніе двухъ діагональныхъ линѣй AC и BD (§ 17). Сіе произведеніе раздѣли на діаметръ AC , то выдетъ требуемая хорда BD.

Задача 4.

§ 21. *Когда будетъ извѣстна хорда какой нибудь дуги , найти хорду , которая стягиваетъ дугу втрое больше.*

Рѣшеніе.

Найди хорду удвоенной дуги (§ 20), а фиг: 9
напослѣдокъ ищи хорду суммы простой и удвоенной дуги (§ 19) ; такимъ образомъ найдется хорда утроенной дуги. Или нашедши хорду

AC

АС удвоенной дуги, вычти квадратъ АВ хорды простой дуги, изъ квадрата АС хорды удвоенной дуги раздѣли остатокъ на ЕС простую хорду; въ частномъ выдетъ линѣя AD утроенная хорда. Притчину сему ясно можно видѣть изъ (§ 17).

Задача 5.

§ 22. *Когда извѣстна будетъ хорда какой нибудь дуги, найти дугу пятеро больше прежней.*

Рѣшенїе.

Найди хорду удвоенной дуги (§ 20), потомъ найди хорду утроенной дуги (21), а напослѣдокъ найди хорду суммы обѣихъ дугъ (§ 19), которая будетъ хорда дуги впятеро
фиг: 9. больше данной. Или нашедши хорду EG удвоенной дуги, и хорду EH утроенной, вычти квадратъ хорды EG изъ квадрата хорды EH, раздѣли остатокъ на простую хорду GH, въ частномъ выдетъ хорда EK дуги впятеро больше данной. И сему притчину изъ § 17 ясно видѣть можно.

Задача 6.

§ 23. *Когда извѣстна будетъ хорда какой нибудь дуги, найти хорду дуги, которая въ половину меньше данной.*

Рѣшенїе.

фиг: 8. Пусть будетъ данная хорда AD, а должно найти хорду BA дуги BA, которая въ половину меньше данной BAD. Изъ квадрата радїуса BE вычти квадратъ BE половины данной

ной хорды, останется квадратъ линѣи EF, когда радиксъ квадратной извлечется, то выдетъ линѣя EF. Сію линѣю вычти изъ радіуса EA, возми ея квадратъ, придай къ квадрату половины данной хорды BF, сумма выдетъ равна квадрату хорды AB, извлеки квадратной радиксъ, и выдетъ хорда AB.

Задача 7.

§ 24. Когда будетъ извѣстна хорда какой нибудь дуги, найти хорду дуги, которая втрое меньше данной.

Рѣшеніе.

Пусть будетъ данная хорда AD, а должно найти хорду AB дуги, которая втрое меньше данной дуги ABCD. Ясно можно видѣть, что хорда AB должна выйти нѣсколько больше третьей части данной хорды AD. Такимъ образомъ положи для хорды AB число частей нѣсколько больше третьей части числа̀ частей находящихся въ данной хордѣ AD, и къ положенной хордѣ AB ищи хорду, которая ея втрое больше (§ 21), ежели сія найденная хорда равна будетъ данной AD, то хорда AB дѣйствительно будетъ хорда дуги, которая данной втрое меньше; а ежели найденная неравна будетъ данной хордѣ AD, то дѣлай посылку по тройному правилу. фиг: 9.

Когда найденная хорда дуги, которая втрое больше положенной, происходитъ отъ частей взятыхъ для хорды AB, изъ какова числа̀ происходитъ данная хорда AD?

Най-

Найденное четвертое пропорцїональное число покажетъ число частей для искомой хорды АВ.

Сей порядокъ не можетъ справедливъ быть въ большихъ дугахъ, но понеже онъ употребляется всегда въ малыхъ дугахъ, какъ напримѣръ 7 градусовъ и 30 минутъ и меньше, то не происходитъ чувствительная погрѣшность; сверьхъ того можно повѣрять такимъ образомъ: Къ найденной хордѣ найди хорду дуги, которая втрое больше той дуги, которую стягиваетъ найденная хорда.

Задача 8.

§ 25. Когда дана будетъ хорда какой нибудь дуги, какъ найти хорду дуги, которая пятеро меньше данной.

Рѣшенїе.

Такимъ же точно образомъ, какъ въ прежней задачѣ поступлено, можно найти хорду EF, которая стягиваетъ дугу впятеро меньше данной дуги EGHK, которой извѣстна хорда EK: положивъ для хорды EF число частей нѣсколько побольше пятой части данной хорды EK. Потомъ ищи (§ 22) изъ положенной хорды хорду дуги, которая въ пятеро больше дуги, которую стягивать должна положенная хорда, ежели сїя найденная хорда равна будетъ данной хордѣ EK, то положенное число частей для хорды EF будетъ справедливо. Ежелижъ число выдетъ неравное, то посылай по тройному правилу:

фиг: 9

Когда найденная хорда дуги впятеро больше той, которую положенная хорда должна

стя-

стягивать, происходитъ отъ положеннаго
числа частей для хорды EF,
то отъ какого числа̀ должна происходить
данная хорда EB.

Найденное четвертое пропорцїональное число, покажетъ число частей содержащихся въ хордѣ EF.

Задача 9.

§ 26. Найти хорды всѣхъ дугъ въ четверьти круга, зачиная отъ дуги въ двѣ минуты до 90 градусовъ увеличивая только двумя минутами, то есть сочинить таблицу всѣхъ синусовъ.

Рѣшенїе.

Положи радїусъ или цѣлой синусъ въ 1000000 частей; извѣстно что хорда дуги въ 60 градусовъ равна радїусу, такимъ образомъ, понеже хорда 60 градусовъ извѣстна, то найдется хорда дуги въ половину меньше оной (§ 23). Когда сїя хорда 30 градусовъ найдется, то по той же задачѣ найдется хорда и 15 градусовъ, и хорда 7 градусовъ 30 минутъ, найдется также 2 градусовъ 30 минутъ, когда будешь искать хорду третьей части дуги 7 градусовъ 30 минутъ (§ 24). Нашедши хорду 2хъ градусовъ 30 минутъ ищи хорду пятой ея части (§ 35), то есть хорду 30 минутъ. Когда хорда 30 минутъ будетъ извѣстна, то найдется хорда и третьей ея части (§ 24), которая будетъ 10 минутъ. Напослѣдокъ найди хорду пятой ея части (§ 25), такимъ образомъ получишь хорду двухъ минутъ. Когда хорда двухъ минутъ извѣстна,

то найдутся хорды 4 мин: 8 мин: 16 мин: 32 мин: и протчая, когда будешь искать хорды удвоенныхъ дугъ (§ 20). Найдутся также хорды 6 мин: 18 мин: 54 мин: и протчая, когда будешь искать хорды утроенныхъ дугъ (§ 21). А когда будеть искать хорды суммъ изъ двухъ дугъ (§ 19), то найдешь 14 мин: изъ дугъ 5 мин: и 8 мин: найдешь также хорду 22 минутъ изъ хордъ 8 минутъ и 14 минутъ. И такъ далѣе до 90 градусовъ.

§ 27. Нашедши такимъ образомъ хорды BC, ED, OF, LK, MN и протчая всѣхъ дугъ четверти круга отъ двухъ минутъ, то найдутся синусы CP, EG и протчая всѣхъ отъ отъ одной минуты до 90 градусовъ (§ 3), а протчїе синусы FG, FH до 90 градусовъ найдутся по слѣдующей задачѣ:

фиг: 10.

Задача 10.

§ 28. *Когда будетъ извѣстенъ синусъ какой нибудь дуги, какъ найти синусъ дополненїя до 90 градусовъ.*

Рѣшенїе.

Пусть будетъ данной синусъ FG, синусъ дополненїя FH или ему равной GA найдется такимъ образомъ: Изъ квадрата радїуса AF вычти квадратъ даннаго синуса GF, останется квадратъ линѣи GA, изъ котораго, когда извлечется радиксъ квадратной, то выдетъ линѣя GA равная синусу FH. Такимъ образомъ нашедши синусы CP, FG, MQ и протчая отъ одной минуты до 45 градусовъ (§ 27), то можно будетъ найти всѣ другїе синусы отъ 45 градусовъ до 90 градусовъ. Такимъ

образомъ

образомъ таблицы синусовъ здѣланы будутъ. Изъ сего ясно видѣть можно пользу и употребленіе прежнихъ задачь и предложеній.

Задача 11.

§ 29. *Нашедши синусы всѣхъ дугъ въ четверти круга, найти всѣ тангенсы или касательныя линѣи.*

Рѣшеніе.

Во всѣхъ случаяхъ треугольники AHF и ABC будутъ подобны, потому что равные имѣютъ углы; и слѣдовательно выдетъ такая пропорція: AH (синусъ дополненія до 90 градусовъ): HF (прямому синусу) = AB (радіусъ или цѣлой синусъ): BC тангенсу. Изъ которой пропорціи, понеже первые три члена извѣстны, четвертой BC или тангенсъ найдется по тройному правилу. Такимъ образомъ легко можно будетъ найти всѣ тангенсы въ четверти круга, и сочинить таблицы тангенсовъ. Но для сокращенія выкладокъ и для избѣжанія погрѣшностей, которыя легко можно учинить въ тангенсахъ большихъ дугъ, потому что онѣ тогда очень увеличиваются, а синусы почти нимало не увеличиваются. Лучше сей способъ со всѣмъ оставить, а выкладывать такъ, какъ въ слѣдующемъ предложеніи показано будетъ. фиг: 1.

Предложеніе 3.

§ 30. *Цѣлой синусъ есть средней пропорціональной между тангенсомъ, дугою и тангенсомъ ея дополненія до 90 градусовъ.*

 Дока-

Доказательство.

Когда BFI будетъ четверть круга, то тангенсъ BC будетъ содержаться къ радïусу
фиг: 1. AB или AI, какъ радïусъ AI къ тангенсу IE: Сïе удобно можно видѣть; ибо BC и AI параллельны, такъ какъ и AB и IE также параллельны, отъ чего происходятъ треугольники ABC и AIE подобные. И слѣдовательно будетъ BC : AB или AI = AI : IE ч. д. н.

§ 31. Изъ чего слѣдуетъ, что квадратъ радïуса равенъ ректангулу изъ тангенса дуги и тангенса ея дополненïя до 90 градусовъ. Такимъ образомъ, когда квадратъ радïуса раздѣлится на тангенсъ дуги, то въ частномъ выдетъ тангенсъ ея дополненïя до 90 градусовъ. И потому, когда будутъ извѣстны тангенсы отъ одной минуты до 45 градусовъ; то можно будетъ найти всѣ прочïе тангенсы отъ 45 градусовъ до 90 градусовъ. И слѣдовательно можно будетъ сочинить таблицы тангенсовъ.

Задача 12.

§ 32. *Когда будутъ извѣстны всѣ тангенсы въ четверти круга, какъ найти секансы или пересѣкающïя линѣи.*

Рѣшенïе.

фиг: Пусть будетъ BC данной тангенсъ,
таже придай его квадратъ къ квадрату радïуса AB, сумма будетъ равна квадрату секанса AC. Такимъ образомъ, когда изъ оной суммы извлечется радиксъ квадратной, то выдетъ секансъ AC, такимъ же образомъ и въ другихъ случаяхъ поступать надобно.

Зада-

Задача 13.

§ 31. *Найти въ таблицахъ синусъ, тангенсъ или секансъ къ данному числу градусовъ и минутъ меньшему, нежели въ 90 градусовъ; и къ данному синусу, тангенсу или секансу найти число градусовъ, которому онъ соотвѣтствуетъ.*

Рѣшенїе.

Въ обыкновенныхъ таблицахъ синусовъ, тангенсовъ и секансовъ каждая страничка раздѣляется на четыре перечня. Въ первомъ находятся натуральныя чи́сла отъ 1 до 60, которыя показываютъ минуты содержащїяся въ каждомъ стану. Цѣлые градусы обыкновенно на верьху. Другая напротивъ лежащая страничка раздѣляется также на четыре перечня. Въ первомъ находятся натуральныя чи́сла отъ 1 до 60 значащїя число минутъ въ каждомъ градусѣ содержащихся, и идутъ съ низу къ верьху; въ низу подписываются градусы. Примѣчать должно, что на страницѣ противъ лежащей всегда находятся синусы, тангенсы и секансы дугъ дополненїй до 90 градусовъ. Такимъ образомъ ежели надобно будетъ найти синусъ, тангенсъ или секансъ градусовъ и минутъ меньше 90 градусовъ, и ежели число градусовъ меньше будетъ 45, то надлежитъ его искать на лѣвой страничкѣ, а минуты смотри на крайнемъ перечнѣ; но естьли число градусовъ будетъ больше 45, то надлежитъ оное число градусовъ искать въ низу на правой страничкѣ, а число минутъ на крайнемъ же перечнѣ. Напослѣдокъ должно взять синусъ, тангенсъ или

секансъ соотвѣтствующей числу минутъ. Напримѣръ ежели надобно будетъ сыскать синусъ 34 градусовъ и 27 минутъ, то ищи въ таблицахъ синусовъ на лѣвой страничкѣ въ верьху число градусовъ 34, а въ крайнемъ перечнѣ число минутъ 27, и найдешь въ другомъ перечнѣ противъ 27 минутъ желаемой синусъ 34 градусовъ 27 минутъ слѣдующей: 5656868. Ежели надобенъ будетъ тангенсъ, то возьми изъ слѣдующаго перечня число 6859909, а число 12126796 въ слѣдующемъ еще перечнѣ будетъ секансъ 34 градусовъ 27. Ежели надобно будетъ найти синусъ 84 градусовъ 38 минутъ, найди страницу на правой рукѣ, гдѣ въ низу подписано число градусовъ 84, а въ перьвомъ перечнѣ найди 38 минутъ возлѣ сего перечня въ другомъ найдешь число 9956165 для синуса. Въ слѣдующемъ столбцѣ найдешь число 10644992 для тангенса, напослѣдокъ число въ слѣдующемъ еще столбцѣ 10691859 будетъ секансъ той же дуги 84 градусовъ и 38 минутъ.

§ 34. Ежели данъ будетъ синусъ, тангенсъ или секансъ, а должно будетъ найти число градусовъ и минутъ, къ которому надлежитъ, то должно будетъ искать синусъ, тангенсъ или секансъ на пристойныхъ страничкахъ и въ надлежащихъ перечняхъ. Ежели точно такое же число найдется какъ найденное, то и возьми число градусовъ на страничкѣ въ верьху или въ низу подписанное; а противъ его стоящее число въ перьвомъ перечнѣ будутъ минуты, а естьли точнаго не находится, то берется то число, которое ближе всѣхъ къ данному подходитъ. Напримѣръ, ежели надобно будетъ найти къ какому числу

слу градусовъ и минутъ, надлежитъ синусъ 2859597, и найдешь въ таблицахъ синусовъ, что всѣхъ ближе подходитъ къ данному числу соотвѣтствующее 16 градусамъ 37 минутамъ. Ежели надобно будетъ найти какому числу градусовъ и минутъ, соотвѣтствуетъ секансъ 24909966, то ищи въ таблицахъ синусовъ въ перечнѣ секансовъ, какое число къ данному ближе всѣхъ подходитъ, и найдешь, что къ нему подходитъ число соотвѣтствующее 66 градусамъ 20 минутамъ. Въ переди показано будетъ, какъ еще находить градусы, минуты и секунды, когда покажемъ употребленїе логарифмовъ.

§ 35. Когда все то, что до сихъ поръ показано, ясно разумѣть будемъ, то удобно усмотримъ, что всякїе два синуса взятые въ таблицахъ на противолежащихъ страничкахъ, то есть прямой синусъ и синусъ дополненїя, то они значатъ числа дюймовъ, футовъ, саженъ и другихъ равныхъ частей, которыя содержатся въ двухъ сторонахъ прямоугольнаго треугольника, котораго гипотенуза содержитъ 10000000 такихъ же частей. Такимъ образомъ два синуса на противолежащихъ страничкахъ показываютъ число дюймовъ, футовъ, саженъ и протчая, которое содержатъ двѣ стороны прямаго угла, столь же многихъ прямоугольныхъ треугольниковъ, сколько минутъ въ 45 градусахъ находится, которые треугольники всѣ имѣютъ гипотенузы во 10000000 дюймовъ, футовъ, саженъ и пратчая. Сїи треугольники должно представлять такїе, что перьвой изъ нихъ имѣетъ одинъ острой уголъ въ одну только минуту; втораго треугольника одинъ

острой уголъ имѣетъ только двѣ минуты; въ третьемъ треугольникѣ одинъ острой уголъ въ четыре минуты; и такъ далѣе умножая все минутою до 45 градусовъ. Такъ два синуса 2995959 и 9540662, которые надлежатъ до 17 градусовъ, 26 минутъ и до 72 градусовъ, 34 минутъ показываетъ число частей содержащихся въ двухъ сторонахъ прямоугольнаго треугольника, котораго гипотенуза содержитъ 10000000 такихъ же частей, а острые углы сего треугольника одинъ въ 17 градусовъ 26 минутъ, а другой въ 72 градуса и 34 минуты.

§ 36. Тангенсъ и секансъ одной дуги показываютъ число дюймовъ, футовъ, саженъ и протчая, которыя содержитъ одна сторона и гипотенуза прямоугольнаго треугольника, коего другая сторона содержитъ 10000000 такихъ же частей, а именно дюймовъ, футовъ, саженъ и протчая, и котораго возлѣ лежащей уголъ у сей послѣдней стороны содержитъ въ себѣ число градусовъ и минутъ дуги, къ которой надлежитъ тангенсъ или секансъ. Такимъ образомъ всѣ тангенсы и секансы соотвѣтствующіе показываютъ число дюймовъ, футовъ, саженъ и протчая, кои содержатся въ одной сторонѣ и въ гипотенузѣ всѣхъ прямоугольныхъ треугольниковъ отъ 1 минуты до 90 градусовъ, которыхъ треугольниковъ другая сторона всегда должна имѣть 10000000 такихъ же частей.

Такъ 6444560 и 11896737 тангенсъ и секансъ 32 градусовъ 48 минутъ суть числа показывающіе части въ одной сторонѣ и въ гипотенузѣ прямоугольнаго треугольника содержащіяся, коего другая сторона имѣетъ 10000000

10000000 такихъ же частей, и котораго уголъ возлѣ сей стороны лежащей въ 32 градусахъ 48 минутахъ. Сіи прямоугольные треугольники суть такова состоянія, что ихъ уголъ лежащей возлѣ стороны имѣющей 10000000 частей, умножается отъ одной минуты до 89 градусовъ 59 минутъ.

Предложеніе 4.

§ 37. *Во всякомъ прямоугольномъ треугольникѣ цѣлой синусъ содержится къ синусу того или другаго остраго угла, какъ гипотенуза къ противоположенной сторонѣ.*

Доказательство.

Мы ужѣ въ § 7 видѣли, что ежели гипотенуза BC возмется за радіусъ, то сторона AC будетъ синусъ угла B; отъ чего и произойдетъ слѣдующая пропорція: какъ BC взятая за радіусъ содержится къ AC какъ синусу угла B, такъ BC, поелику есть гипотенуза, содержится къ AC, поелику она есть сторона треугольника. Ибо и въ томъ и въ другомъ содержаніи линѣи находятся тѣ же, и слѣдовательно содержанія также будутъ равные, ч. д. н. фиг: 2.

§ 58. Изъ сего можно видѣть, что перемѣнивъ и обративъ пропорцію, выдутъ три слѣдующія примѣчанія достойныя пропорціи, въ которыхъ находится гипотенуза, а именно:

1. Какъ цѣлой синусъ содержится къ синусу одного котораго нибудь остраго угла, такъ гипотенуза содержится къ противолежащей сторонѣ тому углу.

2. Какъ гипотенуза содержится къ одной сторонѣ, такъ цѣлой синусъ содержится къ синусу противолежащаго угла.
3. Какъ синусъ одного остраго угла содержится къ цѣлому синусу, такъ противоположенная сторона тому острому углу къ гипотенузѣ.

Предложенїе 5.

§ 39. *Во всякомъ прямоугольномъ треугольникѣ цѣлой синусъ содержится къ тангенсу одного остраго угла, какъ сторона лежащая у сего угла къ противолежащей ему сторонѣ.*

Доказательство.

фиг: 3. Мы уже видѣли (§ 11), что ежели одна сторона AB возмется за радїусъ, то сторона AC будетъ тангенсъ угла B. А ежели сторона AC возмется за радїусъ, то сторона AB будетъ тангенсъ угла C, и потому произойдетъ слѣдующая пропорцїя:

AB, какъ радїусъ, содержится къ AC, какъ тангенсу, равнымъ образомъ AB, какъ сторона, содержится къ AC, какъ сторонѣ же; ибо и въ томъ и въ другомъ содержанїи тѣ же линѣи повторяются, ч. д. н.

§ 40. Изъ сего слѣдуютъ такїя двѣ пропорцїи, которыя надлежитъ примѣчать, когда въ задачи не входитъ гипотенуза, а именно:

1. Какъ цѣлой синусъ, или радїусъ содержится къ тангенсу одного остраго угла, такъ возлѣ лежащая сторона къ противолежащей ему сторонѣ.

2.

2. Какъ одна которая нибудь сторона содержится къ другой сторонѣ, такъ радїусъ или цѣлой синусъ содержится къ тангенсу угла возлѣ первой стороны лежащаго.

Предложенїе 6.

§ 41. *Во всякомъ прямоугольномъ треугольникѣ радїусъ содержится къ секансу одного остраго угла, такъ подлѣ онаго угла лежащая сторона къ гипотенузѣ.*

Доказательство.

§ 42. Мы въ томъ же 11 § видѣли, что ежели одна сторона AB возмется за радїусъ, то другая AC будетъ тангенсъ, а гипотенуза BC секансъ угла B. А естьли линѣя AC возмется за радїусъ, то линѣя AB будетъ тангенсъ, а гипотенуза BC секансъ угла C. Такимъ образомъ будетъ: фиг: 3.

AB, какъ радїусъ, содержится къ BC, какъ секансу, такъ AB, какъ сторона, содержит- къ BC, какъ сторонѣ же; ибо линѣи какъ въ томъ такъ и въ другомъ содержанїи остаются тѣ же, ч. д. н.

§ 43. Изъ сего предложенїя слѣдуютъ такїя три пропорцїи, кои надлежитъ помнить, когда въ задачахъ гипотенуза будетъ находиться, а именно:

1. Какъ радїусъ содержится къ секансу одного остраго угла, такъ сторона возлѣ онаго угла лежащая содержится къ гипотенузѣ.
2. Какъ одна сторона содержится къ секансу угла возлѣ оной стороны лежащаго, такъ радїусъ содержится къ секансу возлѣ первой стороны лежащаго.

3.

3. Какъ секансъ одного остраго угла содержится къ радїусу, такъ гипотенуза содержится къ сторонѣ у онаго угла лежащей.

Предложенїе 7.

§ 44. *Во всякомъ треугольникѣ синусы угловъ такъ содержатся какъ противолежащїя стороны.*

фиг: 11. Пусть будетъ треугольникъ ACB, котораго углы A и B суть острые, должно доказать, что синусъ угла B содержится къ синусу угла A, такъ сторона AC противоположенная углу B содержится къ сторонѣ BC углу A противоположенной. Возьми BE равную линѣѣ AC, и опусти перпендикулярныя линѣи EF, CD.

Доказательство.

Линѣя CD есть синусъ угла A въ разсужденїи радїуса AC, а линѣя EF есть синусъ угла B въ разсужденїи радїуса BE или того же AC (§ 7). Треугольники BEF, BCD суть подобны, потому что уголъ B обоимъ общей, углы при D и F прямые. Чего ради будетъ EF : CD = BE : BC. И естьли вмѣсто третьяго члена BE поставится ему равной AC, то выдетъ EF : CD = AC : BC, то есть, EF синусъ угла B содержится къ CD синусу угла A, такъ AC противоположенная сторона углу B содержится къ BC противоположенной сторонѣ угла A, ч. д. н.

Сїе предложенїе можно доказать и такимъ образомъ: понеже около всякаго треугольника кругъ описать можно; то стороны треугольника въ такомъ случаѣ будутъ хорды онаго круга. Но поелику синусы угловъ должны быть половины хордъ (§ 3), а половины такъ

содер-

содержатся, какъ и цѣлые, того ради будетъ какъ синусъ одного угла къ синусу другаго, такъ будетъ противоположенная сторона перьвому углу къ противоположенной сторонѣ другому, ч. д. н.

§ 45. Изъ сего предложенія слѣдуютъ такія двѣ пропорціи:

1. Какъ синусъ угла B содержится къ синусу угла A, такъ противолежащая сторона AC перьвому углу B содержится къ противолежащей сторонѣ BC другому углу A.
2. Какъ сторона AC содержится къ сторонѣ BC, такъ синусъ угла B противоположеннаго перьвой сторонѣ AC содержится къ синусу угла A противоположеннаго другой сторонѣ BC.

Предложеніе 8.

§ 46. *Во всякомъ треугольникѣ имѣющемъ одинъ уголъ тупой, синусъ котораго нибудь остраго угла содержится къ синусу дополненія къ тупому углу до двухъ прямыхъ, такъ какъ противоположенная сторона острому углу, содержится къ сторонѣ противоположенной тупому.*

Пусть будетъ треугольникъ ABC, въ которомъ уголъ A тупой: должно доказать, что синусъ остраго угла B къ синусу угла CAD дополненія къ тупому углу A до двухъ прямыхъ содержится такъ, какъ сторона AC противоположенная острому углу B содержится къ сторонѣ BC противоположенной тупому углу A. Зделай BE = AC и опусти перпендикулярныя линѣи EF и CD на BA продолженную до D. Фиг: 12.

Дока-

Доказательство.

Линѣя CD есть синусъ угла CAD въ разсужденіи радіуса AC; а линѣя EF есть синусъ угла B въ разсужденіи радіуса BE или того же AC (§ 7), треугольники BEF и BCD суть подобны; ибо у нихъ уголъ B общей, а F и D прямые; и потому будетъ EF : CD = BE : BC. И ежели на мѣсто третьяго члена BE поставишь AC, то выдетъ EF синусъ остраго угла B, къ CD синусу угла CAD дополненія къ тупому углу до двухъ прямыхъ, такъ сторона AC противоположенная острому углу B, къ сторонѣ BC противоположенной тупому углу A, ч. д. н.

§ 47. Изъ сего предложенія слѣдуютъ тѣ же самыя пропорціи, что изъ прежняго поставляя на мѣсто тупаго угла уголъ дополненія къ тупому углу до двухъ прямыхъ.

Предложеніе 9.

§ 48. *Во всякомъ разносторонномъ треугольникѣ ABC сумма двухъ какихъ нибудь сторонъ BA и BC содержится къ разности ихъ DC, какъ тангенсъ половины суммы угловъ A и C противоположенныхъ тѣмъ двумъ сторонамъ къ тангенсу половины ихъ разности.*

Доказательство.

фиг: 13. Изъ точки B, какъ центра, меньшею стороною BA опиши кругъ EAD, проведи линѣю DA и CF параллельно съ линѣею DA, продолжи CB до E, и проведи напослѣдокъ линѣю EA, которую продолжи до F, она

на

на линѣяхъ CF и DA стоять будетъ перперпендикулярно, потому что уголъ EAD находится въ полукружіи, CE будетъ сумма двухъ сторонъ BA и BC, а DC будетъ ихъ разность. Потому что уголъ ABE внѣшней, то онъ равенъ будетъ угламъ BAC и BCA взятымъ вмѣстѣ и противоположеннымъ двумъ сторонамъ BA и BC, а уголъ FCE или ему равной ADE будетъ половина ABE или половина суммы угловъ BAC и BCA; ибо уголъ ADE находится при периферіи, а сумма оныхъ угловъ ABE при центрѣ. Уголъ ACE будетъ половина разности тѣхъ угловъ BCA, BAC. Ибо уголъ BDA или ему равной BAD больше угла BCA угломъ DAB, потому что цѣлой уголъ FCE = ADE = BAD. Уголъ же BAC больше угла BAD тѣмъ же угломъ DAC, слѣдовательно уголъ BAC больше угла BCA двумя такими углами, каковъ DAC или ему равной ACE есть половина разности угловъ BAC и BCA. А понеже уголъ F прямой, то FC возмется за радіусъ, FE будетъ тангенсъ угла FCE, а AF тангенсъ угла FCA. Такимъ образомъ для параллельныхъ линѣй DA и FC, взятой за основаніе въ треугольникѣ FCE будетъ ED : DC = EA : AF, или слагая ED + DC : DC = EA + AF : AF, а именно EC : DC = EF : AF, то есть какъ EC сумма сторонъ AB и BC содержится къ DC разности, такъ EF тангенсъ угла FCE, то есть половины суммы угловъ BAC и BCA, къ FA тангенсу угла FCA половины разности тѣхъ же угловъ, ч. д. н.

Посто-

Постороннее предложенiе.

§ 49. *Когда къ половинѣ суммы придастся половина разности двухъ количествъ, то выдетъ большее количество; напротивъ того, когда изъ половины суммы вычтется половина разности двухъ количествъ, то останется меньшее.*

Доказательство.

Большее количество состоитъ изъ меньшаго и разности обоихъ количествъ. Изъ чего явствуетъ, что сумма ихъ состоять будетъ изъ меньшаго количества дважды взятаго и разности, половина же суммы будетъ состоять изъ меньшаго и половины разности; слѣдовательно, когда къ сей половинѣ суммы приложится еще половина разности, то выдетъ большее количество; когда же отъ оной суммы, состоящей изъ меньшаго количества и половины разности, отнимется сiя половина разности, то не отмѣнно должно будетъ вытти меньшее количество, ч. д. н.

§ 50. Изъ сего слѣдуетъ когда найдется уголъ половины разности FCA, угловъ BAC и BCA, и приложится къ половинѣ суммы BAD тѣхъ же угловъ, то выдетъ большой уголъ BAC; когда же оная половина разности FCA вычтется изъ половины суммы BCA = BAD = FCE, то останется меньшой уголъ BCA.

фиг: 13.

Предложенiе 10.

§ 51. *Во всякомъ разностороннемъ треугольникѣ* ABC *самая большая сторона* AC *содержится къ суммѣ прочихъ двухъ* AB *и* BC,

BC , какъ разность ихъ FC содержится къ разности DC , частей EA и EC произшедшихъ отъ перпендикулярной линѣи опущенной изъ протиполежащаго угла.

Доказательство.

Изъ точки B какъ центра самою меньшею стороною AB опиши кругъ GADF , продолжи CB до G , чтобъ вышла сумма CG сторонъ AB и CB , CF будетъ ихъ разность. Опусти перпендикулярную линѣю BE , которая раздѣлитъ основанiе AC на двѣ части EA и EC , часть AD понеже раздѣлится отъ перпендикулярной линѣи BD на двѣ равныя части , то DC будетъ оныхъ частей EA и EC разность. Изъ Геометрiи извѣстно , что ректонгулъ изъ AC на DC равенъ ректангулу изъ GC на FC , то есть $AC \times DC = GC \times FC$, то выдетъ $AC : GC = FC : DC$, то есть самая большая сторона AC содержится къ суммѣ сторонъ AB и BC , такъ разность ихъ FC къ разности DC частей EA и EC произшедшихъ отъ перпендикулярной линѣи изъ противолежащаго угла опущенной , ч. д. н.

§ 52. Что такое логариѳмы , какимъ образомъ ихъ таблицы сочиняются , какъ находить логариѳмъ такому числу , которое больше самаго послѣдняго числа , какъ прiискивается число къ логариѳму , котораго въ таблицахъ не находится , все оное въ Ариѳметикѣ обстоятельно показано , гдѣ упомянуто также о употребленiи и пользѣ логариѳмовъ , такъ что здѣсь повторять не нужно ; однакожъ безъ того обойтись не возможно , чтобъ не показать употребленiя ихъ въ синусахъ и

П　　　　тан-

тангенсахъ, и какимъ образомъ логариѳмъ находится къ данному синусу и тангенсу на такой конецъ слѣдующую задачу присовокупляемъ:

Задача 14.

§ 53. *Найти логариѳмы синусовъ и тангенсовъ.*

Рѣшенїе.

Прежде всего надлежитъ знать, что для большей точности логариѳмы синусовъ и тангенсовъ здѣланы для синусовъ и тангенсовъ такихъ, которыхъ радiусъ раздѣленъ на 10000000000 частей, или имѣетъ одиннатцать знаковъ, хотя во всѣхъ таблицахъ онъ берется въ 10000000 или въ восемь знаковъ, и потому отнято три знака какъ въ цѣломъ синусѣ, такъ и во всѣхъ протчихъ синусахъ, тангенсахъ и секансахъ. Чего ради ежели желаешь повѣрить логариѳмъ какова нибудь синуса, тангенса или секанса, то придай сперьва на концѣ три нуля къ данному синусу, тангенсу или секансу, что почитается за одно, будто бы къ нему приданы были три отнятые знака, и ищи такимъ образомъ логариѳмъ соотвѣтствующей оному числу синуса увеличенному тремя нулями. Напримѣръ ежели надобно будетъ найти логариѳмъ синуса 40 градусовъ; взявъ сей синусъ изъ таблицъ 6427876, приложи къ нему на концѣ три нуля, чтобъ вышло число 6427876000, и ищи сему числу соотвѣтствующей логариѳмъ слѣдующимъ образомъ: Отними сперьва два знака съ правой стороны, чтобъ осталось только

восемь;

восемь ; ищи напослѣдокъ логариѳмъ соотвѣтствующей симъ восьми знакамъ 64278760, какъ въ Ариѳметикѣ показано, онъ найдется 78080675, къ нему приложи 2000000 логариѳмъ 100 для двухъ знаковъ съ конца отнятыхъ; ибо все равно, будто бы оное число раздѣлено было на 100. Сумма 9.8080675 будетъ логариѳмъ синуса 40 градусовъ. Тожъ и о протчихъ разумѣется; такимъ же образомъ ищутся логариѳмы и тангенсовъ. И по сей задачѣ найдены логариѳмы всѣхъ синусовъ и тангенсовъ въ четверти круга, а секансовъ логариѳмы не исканы (хотя и ихъ легко можно находить) для того, что всѣ Тригонометрическія задачи можно рѣшить по однимъ синусамъ и тангенсамъ.

§ 54. Какое употребленіе логариѳмовъ въ синусахъ и тангенсахъ, оное здѣсь показано будетъ. Не надобно приводить примѣровъ, какъ находить логариѳмы синусовъ и тангенсовъ даннаго числа̀ градусовъ и минутъ; ибо они въ таблицахъ противъ синусовъ и тангенсовъ дѣйствительно находятся. Равнымъ образомъ не будемъ приводить примѣровъ, какъ находить, какому числу градусовъ и минутъ соотвѣтствуетъ данной логариѳмъ, когда точно такой же находится въ таблицахъ; одно только то надлежитъ объявить, какимъ образомъ должно находить, какому числу градусовъ и минутъ соотвѣтствуетъ данной логариѳмъ синуса или тангенса, когда точнаго въ таблицахъ не находится. Здѣсь такимъ же образомъ должно поступать, какъ и въ Ариѳметикѣ показано, какъ находить число соотвѣтствующее логариѳму, коему равнаго въ

таблицахъ не находится, съ такою только разностію, что мѣсто 10, 100 и протчая надлежитъ брать третій членъ въ пропорціи 60. Напримѣръ, когда надобно будетъ найти, какому числу градусовъ, минутъ и секундъ логариѳмъ тангенса 9025626 соотвѣтствуетъ, то найдется, что онъ соотвѣтствуетъ числу градусовъ и минутъ между 6 град: 3 мин: и 6 град: и 4 мин: содержащемуся. Чтобъ найти секунды, которыя надлежитъ придать къ 6 град: 3 мин: посылай какъ 12048 разность между логариѳмомъ тангенса 6 град: 3 мин: и логариѳмомъ тангенса 6 град: 4 мин: изъ которыхъ одинъ не много не достаетъ, а другой не много превышаетъ, содержится къ 4026, разности между логариѳмомъ тангенса $6^\circ\ 3'$, которая не много превышаетъ данной логариѳмъ; такъ число секундъ содержащихся въ минутѣ 60, къ четвертому пропорціональному числу, которое найдется 20 секундъ. Такимъ образомъ данной логариѳмъ соотвѣтствуетъ 6°, $3'$, $20''$.

Задача 15.

§ 55. *Изъ данныхъ въ прямоугольномъ треугольникѣ гипотенузы и острыхъ угловъ найти стороны.*

Рѣшеніе.

Пусть будетъ гипотенуза AC 576 футовъ, а уголъ A въ 35 градусовъ 40 минутъ, посылай такимъ образомъ (§ 38).

фиг: 15.

Какъ цѣлой синусъ - - -	100000
къ синусу угла A - - -	58307
такъ гипотенуза AC - -	576
къ сторонѣ BC противоположенной углу A,	
которая найдется въ - -	336 фут:

Сіе

Сіе тожъ самое значитъ (§ 35), будто бы сказано было, когда гипотенуза AC раздѣлена на 100000 частей, то въ сторонѣ BC содержаться будетъ такихъ частей 58307. Когдажъ гипотенуза AC раздѣлена будетъ на 576 частей, то въ сторонѣ BC сколько такихъ частей содержаться будетъ. Или представь, что гипотенуза AC продолжена до E, такъ чтобъ AE 100000 содержала такихъ частей, какихъ въ AC 576 находится. Изъ точки E на продолженную AB опусти перпендикулярную линѣю ED; AE будетъ радіусъ взятой для сочиненія таблицъ (§ 15), а DE синусъ угла A 35° 40′, которой найденъ въ 58307 такихъ частей, какихъ AE 100000 имѣетъ. Треугольники ABC, ADE подобны, изъ чего выдетъ прежняя пропорція.

Какъ цѣлой синусъ AE	- -	100000
содержится къ синусу угла A	- -	58307
такъ гопотенуза AE	- - -	576
къ сторонѣ DC.		

Когда пожелаешь найти сторону AB, то дѣлай такую же посылку, только въ пропорціи во второмъ членѣ ставь синусъ угла C а не угла A, сторона AB найдется въ 468 футовъ.

§ 56. Во перьвыхъ примѣчать надлежитъ, что здѣсь синусы угловъ браны были двумя знаками меньше нежели въ таблицахъ находятся, но сіе ни малой почти погрѣшности не причиняетъ. Въ протчемъ сіи и симъ подобныя Тригонометрическія задачи нынѣ удобнѣе и короче рѣшатся по лагариѳмамъ; ибо вмѣсто того, чтобъ умножить въ прежней

задачѣ 576 на 58307, а произведенiе дѣлить на 100000, должно логариѳмы чиселъ 576 и 58307 сложить, а логариѳмъ цѣлаго синуса 100000 вычесть. Напримѣръ возьми логариѳмъ цѣлаго синуса, которой есть 10000000, логариѳмъ синуса угла A 35°, 40' = 97657197; и логариѳмъ числа 576, которой въ таблицахъ есть 27604225. Сложи логариѳмъ 27604225 съ логариѳмомъ 97657197, изъ суммы 125261422. вычти логариѳмъ цѣлаго синуса 10000000, останется логариѳмъ стороны BC = 25261422, которому въ таблицахъ близко соотвѣтствуетъ число 336. Такимъ же образомъ можно найти и сторону AB, поставя логариѳмъ синуса угла C мѣсто логариѳма синуса угла A.

Задача 16.

§ 57. *Когда дана будетъ гипотенуза и одна сторона прямоугольнаго треугольника, какъ найти углы.*

Рѣшенiе.

фиг: 16. Пусть будетъ гипотенуза AC 636 футовъ, а сторона BC въ 386, уголъ A найдется по тройному правилу посылая (по § 38. No 2).

Какъ гипотенуза AC - - - - 636
къ данной сторонѣ BC - - - 386
такъ цѣлой синусъ - - - 100000.

Къ синусу угла A, то найдется 60691, которому въ таблицахъ синусовъ соотвѣтствуютъ 37 град: 22. А помянутая пропорцiя не что иное значитъ, какъ то, когда гипотенуза AC раздѣляется на 636 частей, тогда сторона

рона BC будетъ имѣть 386 такихъ частей; когда же гипотенуза будетъ во 100000 частей, то сторона BC, сколько такихъ частей содержать будетъ. По логариѳмамъ сїя задача рѣшится слѣдующимъ образомъ: къ логариѳму данной стороны BC, которой есть 25865873, придай логариѳмъ цѣлаго синуса 100000000, изъ суммы 125865873 вычти логариѳмъ гипотенуны AC, 28034571, останется логариѳмъ синуса угла A, 97831302, которому въ таблицахъ близко ссотвѣтствуютъ 37 град: 22 мин: Такимъ же образомъ можно найти и уголъ C.

Задача 17.

§ 58. *Изъ данныхъ острыхъ угловъ и одной стороны прямоугольнаго треугольника найти гипотенузу.*

Рѣшенїе.

Пусть будетъ сторона BC въ 456 футовъ и противолежащей уголъ A въ 33 град: 48 мин: гипотенуза найдется по тройному правилу посылая (§ 38. No. 3)

Какъ синусъ угла A - - - -	55630	фиг:
содержится къ цѣлому синусу -	100000	17.
такъ данная сторона BC - - -	456	

къ гипотенузѣ AC, которая найдется въ 820 футовъ. А по логариѳмамъ рѣши такъ: придай логариѳмъ цѣлаго синуса 100000000 къ логариѳму 26589648 стороны BC, изъ суммы 126589648 вычти логариѳмъ 97453056 синуса угла A, останется 24134592 логариѳмъ гипотенузы BC, которому въ таблицахъ близко соотвѣтствуетъ число 820.

Задача 18.

§ 59. *Изъ данной одной стороны, и острыхъ угловъ прямоугольнаго треугольника найти другую сторону.*

Рѣшенїе.

Пусть будетъ сторона BC въ 456 футовъ, а возлѣ лежащей уголъ въ 56 градусовъ 12 минутъ, противоположенная сторона AB найдется по тройному правилу посылая: какъ цѣлой синусъ 100000 содержится къ тангенсу угла C 149348, такъ сторона BC лежащая возлѣ угла C содержится къ противоположенной сторонѣ AB, которая найдется 681.

Фиг: 17.

Здѣсь разумѣть надобно, будто бы говорено было, когда сторона BC раздѣляется на 100000 частей, то сторона AB будетъ ихъ содержать 149348. Но когда сторона BC раздѣлена будетъ на 456 частей, то сколько такихъ частей содержать будетъ AB.

Здѣсь ту же пропорцїю можно вывесть, какъ въ (§ 55) учинено, продолживъ сторону BC по тѣхъ мѣстъ, пока она содержать будетъ 100000 футовъ. Въ протчемъ по логариѳмамъ сїя задача рѣшится такъ: придай логариѳмъ 101742873 тангенса угла C къ логариѳму 26589648 стороны BC, изъ суммы 128332521 вычти логариѳмъ цѣлаго синуса 100000000, остатокъ 28332521 будетъ логариѳмъ стороны AB, которому въ таблицахъ близко соотвѣтствуетъ число 681.

Задача 19.

§ 60. *Изъ данныхъ двухъ сторонъ прямоугольнаго треугольника найти углы.*

Рѣ-

Рѣшенїе.

Пусть будетъ сторона АВ въ 668 футовъ, а сторона ВС въ 478, уголъ А найдется по тройному правилу посылая (§ 40. No 1), какъ сторона АВ—668 содержится къ сторонѣ ВС 478, такъ цѣлой синусъ 100000 содержится къ тангенсу угла А противоположеннаго сторонѣ ВС, которой найдется 71242, коему въ таблицахъ тангенсовъ соотвѣтствуютъ 35 градусовъ 28 минутъ. Такимъ образомъ уголъ А будетъ въ 35 градусовъ 28 минутъ. А уголъ С его дополненїе до 90 градусовъ будетъ уже въ 54 градуса 32 минуты. фиг: 18.

По логариѳмамъ рѣши сїю задачу слѣдующимъ образомъ: къ логариѳму стороны ВС 26776070 придай логариѳмъ цѣлаго синуса 100000000, изъ суммы 126776070 вычти логариѳмъ стороны АВ 28247765. Останется логариѳмъ тангенса угла А 98528305, которому въ таблицахъ близко соотвѣтствуютъ 35 градусовъ 28 минутъ.

Задача 20.

§ 61. *Изъ данныхъ двухъ сторонъ прямоугольнаго треугольника найти гипотенузу.*

Рѣшенїе.

Пусть будетъ сторона АВ въ 668 футовъ, а сторона ВС въ 478 футовъ, по прежней задачѣ найдется сперьва уголъ А, а по (§ 28) найдется и гипотенуза АС въ 821. фиг: 18.

Задача 21.

§ 62. *Изъ данныхъ острыхъ угловъ и одной стороны прямоугольнаго треугольника найти гипотенузу.*

Рѣшенїе.

фиг: 17. Когда сторона BC будетъ въ 456 футовъ, а уголъ C въ 56 градусовъ 12 минутъ. то гипотенуза AC найдется по тройному правилу посылая (по § 43 No 1). Какъ цѣлой синусъ 100000 содержится къ секансу угла C 179761, такъ сторона BC 456 къ гипотенузѣ, которая найдется почти 821.

Задача 22.

§ 63. *Изъ данной гипотенузы и одной стороны прямоугольнаго треугольника найти углы.*

Рѣшенїе.

фиг: 16. Пусть будетъ сторона BC въ 386 футовъ, а гипотенуза AC въ 636 футовъ, уголъ C найдется по тройному правилу посылая (§ 43 No 2). Какъ сторона BC 386 содержится къ гипотенузѣ AC 636, такъ цѣлой синусъ 100000 къ сенансу угла C, которой найдется 164768, коему въ таблицахъ секансовъ соотвѣтсвтуютъ 52 градуса 38 минутъ, а его дополненїе до 90 градусовъ, то есть уголъ A, будетъ въ 37 Градусовъ 22 минуты.

Задача 23.

§ 64. *Изъ данной гипотенузы и острыхъ угловъ въ прямоугольномъ треугольникѣ найти стороны.*

Рѣше-

Рѣшенiе.

Пусть будетъ гипотенуза AC въ 576 футовъ, а уголъ A въ 35 градусовъ 40 минутъ. Возлѣ лежащая сторона AB найдется по тройному правилу посылая (§ 43 No 3). Какъ секансъ угла A 123088 содержится къ цѣлому синусу 100000, такъ гипотенуза AC 576 къ сторонѣ AB, которая и найдется въ 468 футовъ. фиг: 15.

§ 65. Сiи послѣднiя три задачи не для чего другова здѣсь предложены, какъ только чтобъ употребленiе секансовъ можно было видѣть, а что онѣ не рѣшены по логариѳмамъ, то учинено для того, что логариѳмовъ секансовъ въ таблицахъ не имѣется; въ протчемъ ежели кто желаетъ рѣшить по логариѳмамъ, тотъ самъ ихъ удобно найти можетъ. Ибо секансъ есть третей пропорцiональной къ синусу дополненiя AH, и радiусу AF, потому что треугольники AHF, и ABC подобны, и такъ будетъ слѣдующая пропорцiя AH : AF = AB : AC, и слѣдовательно AB^2 : AH = AC. Чего ради логариѳмъ секанса найдется, когда изъ удвоеннаго логариѳма цѣлаго синуса 20000000 вычтется логариѳмъ синуса дополненiя до 90 градусовъ, сiи послѣднiя три задачи со всѣмъ опустить можно. Ибо онѣ удобно и по синусамъ рѣшены быть могутъ. фиг: 1.

Задача 24.

§ 66. Изъ данныхъ угловъ и одной стороны противоположенной одному изъ данныхъ угловъ въ остроугольномъ треугольникѣ найти другiя стороны.

Рѣше-

Рѣшенiе.

Пусть будетъ сторона BC треугольника ABC въ 540 футовъ, уголъ A въ 47 град. а уголъ B въ 59 град. 8 мин: третей уголъ C будетъ въ 73 град. 52 мин. Сторона AC найдется по тройному правилу посылая (§ 45 No 1.) Какъ синусъ угла A 73135. содержится къ синусу угла B, 85836, такъ сторона BC 540
фиг: 19. противоположенная первому углу A содержится къ сторонѣ AC противоположенной другому углу B, которая найдется въ 634 фута. Когда надобно будетъ найти сторону AB, то въ пропорцiи во второмъ членѣ поставь синусъ угла C мѣсто синуса угла B, и найдешъ что сторона AB будетъ въ 709 футовъ, По логариѳмамъ сiю задачу рѣшить должно слѣдующимъ образомъ: придай къ логариѳму 99336713 синуса угла B, логариѳмъ 27323938 стороны BC; изъ суммы 12666041 вычти логариѳмъ 9 641265 остатокъ будетъ 28019366, которому въ таблицахъ логариѳмовъ почти точно соотвѣтствуетъ число 634, такъ сторона AB будетъ въ 634 фута.

§ 67. Ежели будетъ одинъ уголъ тупой, то выкладки должно дѣлать какъ и прежде, только мѣсто синуса тупова угла должно
фиг: 20. ставить синусъ угла дополненiя его до полукружiя (§ 46). Ежели надобно будетъ найти напримѣръ сторону BC въ тупоугольномъ треугольникѣ, въ которомъ дана сторона AC въ 462 фута, уголъ B въ 42 град. а уголъ A въ 104 град. то возьми синусъ его дополненiя до полукружiя, а имянно синусъ 76 град. И дѣлай по тройному правилу посылая (§ 46).

Какъ

Какъ синусъ угла B 66913, содержится къ синусу дополненія угла A 97030, такъ сторона AC 462 содержится къ сторонѣ BC, которая найдется въ 670.

Сїе одно значитъ, будто бы изъ точки C описана была дуга AD и проведѣна была линея CD, которая равна линеѣ AC, и посылано было: какъ синусъ угла B содержится къ синусу угла D, такъ сторона CD или CA къ сторонѣ CB.

Правда треугольники BCA и BCD очень разнятся, однако здѣсь неразсуждается о площади ихъ, но только разсматривается содержанїе синусовъ, угловъ и ихъ сторонъ.

Изъ чего явно можно видѣть, что могутъ быть два неравные треугольники, которые хотя и имѣютъ двѣ стороны равныя двумъ сторонамъ и одинъ уголъ равной такъ же одному углу, которой противополагается одной изъ равныхъ сторонъ, ибо сторона BC и уголъ B треугольникамъ BCA и BCD суть общїе, а сторона CA равна сторонѣ CD: однако треугольники неравны, что ужѐ въ геометрїи было доказано. По логариѳмамъ сїю задачу рѣшить такъ же должно, какъ въ рѣшенїи задачи предписано, аимянно: поставить только должно мѣсто синусовъ угловъ и стороны ихъ логариѳмы, и дѣлать какъ ужѐ прежде довольно было показано.

Задача 25.

§ 68. Изъ данныхъ двухъ сторонъ и между ими заключающагося угла найти протчїе углы.

Рѣше-

Рѣшенїе.

Пусть будетъ треугольникъ ABC, котораго даны стороны AC въ 469 футовъ, BC въ 584 фута, а уголъ C въ 68 градусовъ. И должно найти другїе углы A и B. Сложи данныя стороны AC и BC, чтобъ вышла ихъ сумма 1053. Вычти меньшую AC изъ большой BC, чтобъ вышла ихъ разность 115. Напослѣдокъ вычти уголъ C 68 град: изъ 180 град. и останется сумма двухъ угловъ B и A 112 град. Возьми ея половину 56 град, и посылай по тройному правилу (§ 48).

фиг: 21.

Какъ сумма данныхъ двухъ сторонъ AC и BC 1053 содержится къ разности ихъ 115, такъ тангенсъ 56 град. половины суммы угловъ A и B 148256, содержится къ тангенсу половины разности тѣхъ же угловъ 16196. которому числу соотвѣтствуетъ въ таблицахъ тангенсовъ почти точно 9 град. 12 мин. Вычти ее изъ половины суммы угловъ 56 град. Остатокъ 46 град. 48 мин. будетъ меньшей уголъ B противоположенной меньшей сторонѣ AC, туже половину разности 9°. 12' приложи къ половинѣ суммы 56, сумма 65°, 12' дастъ большой уголъ A противоположенной большой сторонѣ; (§ 49 и 50). Сїю задачу по логариѳмамъ рѣшить должно слѣдующимъ образомъ: логариѳмъ разности двухъ данныхъ сторонъ AC, BC 2060978 придай къ логариѳму тангенса 56 град. то есть, половины суммы угловъ A и B, 101710126, изъ суммы 122317104 вычти логариѳмъ суммы двухъ сторонъ 30224284 остатокъ 90292820 будетъ логариѳмъ тангенса половины разности угловъ A

и B, которому въ таблицахъ почти точно соотвѣтствуютъ 9°. 12′ минутъ.

§ 69. Можно углы найти и такимъ образомъ. Пусть будутъ двѣ данныя стороны AB и AC съ заключающимся между ими угломъ A. Изъ котораго нибудь неизвѣстнаго угла напримѣръ C опусти перпендикулярную линѣю CD, то выдутъ два прямоугольные треугольники ADC, BDC. въ первомъ кромѣ прямова угла D извѣстенъ уголъ CAD и гипотенуза AC, то найдется и перпендикулярная линѣя CD (§ 55). и часть AD заключающаяся между угломъ A и перпендикулярною линѣею CD, чего ради извѣстно такъ же будетъ BD разстояніе угла B отъ перпендикулярной линѣи CD, когда AD найденная часть вычтется изъ данной AD (фиг. 22). Или когда AD придастся къ AB (фиг. 23). Или напослѣдокъ когда AB вычтется изъ AD, фиг. 24. фиг: 22. фиг: 23. фиг: 24.

Такимъ образомъ, понеже BD извѣстна, перпендикулярная линѣя CD такъ же извѣстна, то удобно найдется и уголъ B (§ 60), треугольника BDC, и слѣдовательно найдется такъ же и уголъ BCA. Отъ послѣдняго случая всегда можно избѣжать, когда только перпендикулярную линѣю опустишъ на большую сторону, да и выкладки будутъ справедливѣе.

§ 70. Можно найти уголъ B и не искавъ перпендикулярной линѣи CD. Ибо нашедши часть AD, ежели почтется перпендикулярная линѣя за радїусъ, то часть AD будетъ тангенсъ угла ACD, а часть BD будетъ тангенсъ угла BCD; и понеже первые три члена извѣстны, то есть, часть AD, часть BD и тѣже фиг:

тан-

тангенсъ угла ACD, то найдется тангенсъ угла BCD, и слѣдовательно самой уголъ посылая:

Какъ часть AD содержится къ части BD, такъ тангенсъ угла ACD, содержится къ тангенсу угла BCD, котораго дополненїе до 90 град. будетъ требуемой уголъ B. Сїю пропорцїю можно точно такъ же вывесть какъ въ §. 55, 57, 59 пропорцїи выведены.

Задача 26.

§ 71. *Изъ данныхъ двухъ сторонъ, и заключающагося между ими угла найти третью сторону.*

Рѣшенїе.

Когда даны будутъ стороны AC и BC треугольника ABC, и уголъ C между оными сторонами заключающейся, то по прежней задачѣ (§ 68) найдутся углы A и B, а напослѣдокъ и сторона AB (§ 66). фиг: 21.

Задача 27.

§ 72. *Изъ данныхъ трехъ сторонъ найти углы.*

Рѣшенїе.

Пусть будетъ данъ треугольникъ ABC, котораго стороны AB въ 348 футовъ, AC въ 236, а BC въ 314, ищется величина каждаго угла. Изъ самаго большаго угла C опусти перпендикулярную линѣю CD; сложи двѣ меньшїя стороны AC и BC, выдетъ сумма 550, вычти меньшую AC изъ большой BC, разность будетъ 78. и дѣлай по тройному правилу фиг: 25.

лу посылая (§ 51): какъ самая большая сторона AB 348 содержится къ суммѣ протчихъ двухъ линѣй AC и BC 550, такъ разности сихъ двухъ сторонъ AC и BC 78 содержится къ разности частей AD и DB, произшедшихъ отъ перпендикулярной линѣи опущенной изъ угла C, которая разность найдется во 123 фута; сїе найденное число 123 вычти изъ стороны AB, остатокъ 225 раздѣли на два и выдетъ меньшая часть AD $112\frac{1}{2}$, тоже найденное число 123 приложи къ половинѣ $112\frac{1}{2}$, сумма $235\frac{1}{2}$ дастъ большую часть BD. Теперь въ каждомъ прямоугольномъ треугольникѣ ACD и BCD кромѣ прямова угла извѣстна гипотенуза и одна сторона, то удобно найдутся и углы ACD и BCD (§ 57). Слѣдовательно и ихъ дополненїя A и B каждому до 90 градусовъ.

По логариѳмамъ рѣшить сїю задачу должно такъ, какъ и другїя, поставивъ вмѣсто чиселъ 348, 550, и 78 ихъ логариѳмы. Потомъ логариѳмы чиселъ 550, и 78 должно сложить, а изъ суммы ихъ должно вычесть логариѳмъ числа 348, останется логариѳмъ разности частей AD и BD, которому въ таблицахъ неотмѣнно соотвѣтствовать будетъ число 123. Въ протчемъ поступай какъ въ самой задачѣ показано.

Задача 28.

§ 73. *Изъ данныхъ двухъ сторонъ и одного угла противоположеннаго одной которой нибудь данной сторонѣ, найти другїе углы.*

Рѣшенiе.

Пусть будетъ уголъ A въ треугольникѣ ABC въ 41 градусъ 9 минутъ, сторона AC въ 638 футовъ, BC въ 864. Уголъ B найдется по тройному правилу посылая (§ 45 No 2). какъ сторона BC 864, содержится къ сторонѣ AC 638, такъ синусъ угла A противоположеннаго первой сторонѣ BC 65803 содержится къ синусу угла B противоположеннаго сторонѣ AC, которой найдется въ 48582, чему соотвѣтствуютъ 29 град. 4 мин. А когда два угла A и B будутъ извѣстны, то и третей C такъ же будетъ извѣстенъ. Ежели пожелаешь рѣшить сiю задачу по логариѳмамъ, то мѣсто чиселъ 864, 638 и синуса 65803 возьми ихъ логариѳмы, и логариѳмъ числа 638 придай къ логариѳму синуса 65803, изъ суммы вычти логариѳмъ числа 864, останется логариѳмъ синуса угла B, которому въ таблицахъ соотвѣтствовать будутъ 29 град. 4. мин.

фиг: 26.

§ 74. Ежели изъ двухъ данныхъ сторонъ та, которая лежитъ возлѣ даннаго угла, будетъ меньше, то искомой уголъ найдется неотмѣнно острой. Но ежели сiя возлѣ даннаго угла лежащая сторона будетъ больше, то искомой уголъ можетъ быть и тупой и острой, и въ такомъ случаѣ надлежитъ разсматривать какой онъ быть долженствуетъ; ибо правила не имѣется, по которому бы точно узнавать можно было, для того, что могутъ быть два треугольника совсемъ разные, въ которыхъ три данныя части равны (§ 67), когда противоположенная сторона данному углу будетъ меньше. Ежели будетъ извѣстно, что требуемой уголъ острой, то онъ будетъ тотъ

самой,

самой, которой найти должно. Но естьли онъ долженъ быть тупой, то найденнаго угла возьми дополненіе до полукружія, или что все равно вычти его изъ 180 град. останется тупой искомой уголъ.

Задача 29.

§ 75. *Изъ данныхъ двухъ сторонъ и одного угла противоположеннаго одной которой нибудь сторонѣ, найти третью сторону.*

Рѣшеніе.

Ежели сторона BC будетъ въ 864 фута, AC въ 638, а уголъ A въ 41 град. 9 мин. то по прежней задачѣ найдется уголъ B въ 29 град. 4 мин. и слѣдовательно уголъ C будетъ во 109 град. 47. мин. Напослѣдокъ найдется и сторона AB въ 1235 футовъ (§ 66). фиг: 26.

Сіи двѣ послѣднія задачи на практикѣ почти никогда не случаются, однакожъ надлежитъ ихъ знать, чтобъ въ случаѣ нужды рѣшить можно было безъ трудности.

Задача 30.

§ 76. *Найти отъ чего произошли разныя содержанія діаметра круга къ его периферіи.*

Рѣшеніе.

Извѣстно, что всѣ упражняющіеся въ геометріи берутъ содержаніе діаметра всякаго круга къ его периферіи почти какъ 7 къ 22, или еще точнѣе какъ 100000 къ 314172, а основано сіе близкое содержаніе на слѣдующемъ:

дуга одной минуты такъ мало разнится отъ прямой линѣи, что можно ее почитать за синусъ или тангенсъ тойже дуги одной минуты. И подлинно изъ таблицъ синусовъ, тангенсовъ и секансовъ дѣйствительно можно видѣть, что синусъ и тангенсъ дуги одной минуты со всѣмъ не разнятся; а найдено, и легко найти можно по вышеписаннымъ правиламъ, что какъ синусъ, такъ и тангенсъ одной минуты содержитъ 2909 такихъ частей, какихъ радїусъ или цѣлой синусъ содержитъ 10000000. А понеже нѣтъ никакой разности между синусомъ и тангенсомъ, то тѣмъ меньше еще будетъ разность между синусомъ и дугою одной минуты, или между оною дугою и ея тангенсомъ. Такимъ образомъ можно заключить, что ежели радїусъ круга раздѣленъ будетъ на 10000000, то дуга одной минуты будетъ содержать такихъ частей 2909. Умножъ сїе число на 60, произведѣнїе 174540 покажетъ число такихъ же частей содержащихся въ цѣломъ градусѣ. Умноживъ сїе найденное произведенїе 174540 на 360 то есть, на число градусовъ содержащихся въ цѣлой периферїи, найдется произведѣнїе 62834400, которое будетъ показывать, что въ цѣлой окружности содержится такихъ частей 62834400 какихъ въ радїусѣ 10000000 находится. И такъ дїаметръ будетъ содержаться къ периферїи, какъ 20000000 къ 62834400, или взявъ ихъ половины, которыя будутъ такъ же содержаться какъ и цѣлые, выдетъ такъ же содержанїе 10000000 къ 31417200, отнявъ съ конца по два нуля выдетъ содержанїе дїаметра къ периферїи какъ 100000 къ 314172, изъ которыхъ въ практикѣ обыкновенно употребляются только первые

три

три знака, то есть берется содержанїе дїаметра къ периферїи какъ 100 къ 314.

УПОТРЕБЛЕНIЕ ТРИГОНОМЕТРIИ ВЪ ПРАКТИКѢ.

Задача 31.

§ 77. *Вымѣрять уголъ на землѣ.*

Рѣшенiе.

Ежели надобно будетъ вымѣрять уголъ BAD, то поставь астролябїй въ самомъ верьху угла, которой надлежитъ вымѣрять. Воткни прямые колья въ какихъ нибудь точкахъ на обѣихъ сторонахъ даннаго угла, отъ точки A въ нарочитомъ разстоянїи какъ напримѣръ въ E и F. Неподвижную линѣйку съ дїоптрами обрати на одинъ которой нибудь колъ напримѣръ на E такъ, чтобъ изъ заволосковъ продѣтыхъ въ дїоптрахъ кола не видно было. Послѣ сего обрати другую неподвижную линѣйку съ дїоптрами на другой колъ воткнутой въ E, но крайне надлежитъ остерегаться, чтобъ не тронуть подвижной линѣйки. Щитай напослѣдокъ градусы между подвижною и неподвижною линѣйкою, такимъ образомъ получишь мѣру угла A. Фиг: 27.

Другимъ образомъ.

§ 78. Ежели астролябїя не будетъ, а должно вымѣрять уголъ GBH, то отмѣть на каждой сторонѣ отъ верьху B даннаго угла два равныя разстоянїя BG, BH во сколько нибудь футовъ, но чемъ больше возмешь, тѣмъ лучше. Вымѣряй основанїе GH равнобедреннаго треугольника GBH, возьми его половину GK, приве-

ди ее въ дюймы такъ какъ и сторону BG, чтобъ имѣть большіе числа, и дѣлай напослѣдокъ по тройному правилу посылая (§ 53):

Какъ число дюймовъ содержащихся въ сторонѣ BG содержится къ цѣлому синусу, такъ число дюймовъ находящихся въ половинѣ основанія GK содержится къ синусу угла GBK.

Умножъ сей найденной уголъ на два, и выдетъ искомой уголъ GBH.

§ 79. Ежели возмутся линѣи BG, GH, каждая въ 1000 дюймовъ, которые равны 83 футамъ и 4 дюймамъ Парижскимъ, или 13 саженямъ пяти футамъ и тремъ дюймамъ Парижскимъ: то половина основанія GK приведенная въ дюймы, будетъ синусъ угла GBK, въ разсужденіи радїуса въ 1000 частей; такимъ образомъ ищи въ таблицахъ синусовъ гдѣ находится синусъ равной половинѣ основанія GK; соотвѣтствующее сему синусу число градусовъ и минутъ будетъ половина требуемаго угла, которой, какъ можно видѣть, найдется и безъ выкладокъ.

Задача 32.

§ 80. *Вымѣрять разстояніе двухъ мѣстъ, изъ которыхъ къ одному только подойти можно.*

Рѣшеніе

фиг: 28. Пусть будетъ AC ширина напримѣръ рѣки, которую надлежитъ вымѣрять. Возьми какое нибудь разстояніе отъ A, какъ напримѣръ AB во сколько нибудь саженъ, но большее всегда лучше брать. Въ точкѣ B воткни прямой

колъ,

колъ, вымѣряй астролябїемъ углы BAC, ABC, будетъ извѣстенъ и третей уголъ C. Сїе вымѣрявши ищи сторону AC въ треугольникѣ ACB по тройному правилу посылая (§ 66): какъ синусъ угла C содержится къ найденной сторонѣ AB, такъ синусъ угла B содержится къ сторонѣ AC.

Задача 33.

§ 81. *Вымѣрять разстоянїе двухъ мѣстъ, къ которымъ совсемъ подойти невозможно.*

Рѣшенїе.

Когда должно будетъ отъ A разстоянїе двухъ мѣстъ C и D вымѣрять, то вымѣряй основанїе AB и начерти на бумагѣ подобную, хотя не совсемъ, фигуру той, которую поле представляетъ, подпиши число саженъ на той линѣѣ, которая ее на бумагѣ представляетъ. будучи на A помянутаго основанїя, вымѣряй углы BAC, BAD, которые и здѣлай на бумагѣ на основанїи AB, изъ точки B того же основанїя AB вымѣряй углы ABC, ABD, которые и здѣлай также на бумагѣ. Тогда въ треугольникѣ ABC извѣстна будетъ сторона AB и углы ABC и BAC, и слѣдовательно такъ же третей уголъ ACB. Чего ради найдется какъ въ прежней задачѣ сторона AC, въ треугольникѣ ABD извѣстна такъ же будетъ сторона AB и углы BAD, ABD, и слѣдователно третей уголъ ADB, то найдется такъ же какъ прежде сторона AD.

Вычти уголъ BAC изъ угла BAD, останется уголъ CAD, въ треугольникѣ ACD,

котораго уже найдены двѣ стороны AC и AD, между коими заключается помянутой уголъ CAD. Чего ради въ треугольникѣ CAD найдутся углы ACD и ADC (§ 68), а напослѣдокъ и сторона CD (§ 68, и 69).

§ 82. Посредствомъ сея задачи и прежней можно находить главныя точки карты
фиг: 13. какой нибудь земли. Но тогда должно брать основанїе по крайней мѣрѣ одной или двухъ верстъ, а понеже сїе основанїе трудно вымѣрять какъ для ея великой длины, такъ для неравенства земли, то должно его сперва вымѣрять посредствомъ основанїя IL. Потомъ надлежитъ вымѣрять изъ точекъ A и B углы, которые составляются отъ основанїя AB съ линѣями AC, AD, AH и протчая. BC, BD, BF и протчая, которыя линѣи идутъ отъ точекъ A и B къ главнымъ точкамъ, кои должно означить на картѣ.

Тогда во всякомъ треугольникѣ ABC, ABD, ABE, ABF, и протчая, будутъ извѣстны два угла и сторона AB, которая имъ всѣмъ есть общая. Такимъ образомъ должно найти во всякомъ треугольникѣ протчїя двѣ стороны, AC, BC, AD, BD и протчая, посредствомъ коихъ можно найти положенїе точекъ C, D, E, F и протчая. Естьли кто пожелаетъ наблюдать самую точность, тому надлежитъ нѣсколько разъ повѣрить длину линѣи AB, бравъ основанїе IL далѣ и ближе, притомъ надлежитъ наблюдать, что ежели въ сихъ случаяхъ неравна будетъ выходить длина линѣи AB, то всегда должно брать среднюю величину.

Зада-

Задача 34.

§ 83. *Чрезъ данную точку на землѣ провесть параллельную линѣю такой линѣѣ, къ которой подойти не можно.*

Рѣшенїе.

Когда надобно будетъ провесть чрезъ точку A параллельную линѣю ленѣѣ DC; то должно такъ поступать, будто бы надлежало найти разстоянїе DC, а когда найдутся уже углы ADC, ACD, (§ 81), тогда чрезъ точку A проведи линѣю AE, которая бы съ линѣею AC составляла уголъ CAE равной углу ACD, и линѣя AE будетъ параллельна линѣѣ DC. Фиг: 29.

Задача 35.

§ 84. *Вымѣрять высоту какой нибудь башни, къ которой подойти можно.*

Рѣшенїе.

Пусть будетъ дана башня BCFG, которой надлежитъ высоту вымѣрять, отойди отъ башни къ A, такъ чтобъ разстоянїе AB было въ трое или въ четверо больше высоты BC (ежели можно то отойди и на большее разстоянїе, только чтобъ земля была равна). Поставь астролябїй перпендикулярно, такъ чтобъ неподвижная линѣйка была горизонтальной линѣѣ параллельна, что получить можно опустивъ на ниткѣ гирку отъ астролябїя; обороти потомъ неподвижную линѣйку такъ, чтобъ волоски въ ея дїоптрахъ находящїеся и верхъ башни были на прямой линѣѣ. Отъ того узнаешъ уголъ EDC, и уголъ E которой

есть прямой, вымѣряй основанїе AB, которое равно линѣѣ DE, потомъ ищи желаемую высоту по тройному правилу посылая (§ 59):

Какъ цѣлой синусъ содержится къ тангенсу угла EDC такъ основанїе DE къ высотѣ EC, къ которой когда придастся высота инструмента AD, то выдетъ и вся высота башни CB.

Задача 36.

§ 85. *Вымѣрять высоту какой нибудь башни, къ которой совсѣмъ подойти невозможно.*

Рѣшенїе.

Когда надобно будетъ вымѣрять высоту башни CD, то поставь астролябїй на равномъ мѣстѣ такъ, какъ въ прежней задачѣ показано, и вымѣряй уголъ GFC. Послѣ сего отступи отъ B къ A, такъ чтобъ точка A, первая точка B и верхъ башни C находилось въ одной вертикальной поверхности, вымѣряй уголъ GEC и разстоянїе AB. въ треугольникѣ EFC будутъ всѣ три угла извѣстны, потому что уголъ EFC есть уголъ дополненїя до полукружїя угла GFC, которой сперьва вымѣренъ, и такъ найди въ треугольникѣ EFC линѣю CF по тройному правилу посылая (§ 66):

Фиг: 32.

Какъ синусъ угла ECF содержится къ сторонѣ EF, которая равна линѣѣ AB, такъ синусъ угла CEF къ сторонѣ CF.

Нашедши линѣю CF посылай въ прямоугольномъ треугольникѣ (§ 55):

Какъ

Какъ цѣлой синусъ содержится къ сторонѣ FC, такъ синусъ угла CFG къ высотѣ GC, къ которой ежели приложится высота инструмента AE, то выдетъ вся высота CD.

Задача 37.

§ 85. *Изъ двухъ окошекъ двухъ апартаментовъ вымѣрять высоту какой нибудь башни* CH.

Рѣшенїе.

Изъ окошка F вымѣряй сперва уголъ CFD, а изъ другова G вымѣряй уголъ CGE. Сей уголъ CGE вычти изъ 90 градусовъ, останется уголъ CGF; къ углу CFD придай 90 градусовъ, выдетъ тупой уголъ CFG. Углы CFG и CGF сложи въ одну сумму, и вычти ее изъ 180 градусовъ, останется уголъ FCG. Послѣ сего изъ окошка F опусти на ниткѣ гирку, найдется разстоянїе FI окошка F отъ земли; равнымъ образомъ изъ окошка G опусти на ниткѣ гирку, и найдешь разстоянїе GI окошка G отъ земли. Разстоянїе GI вычти изъ растоянїя FI, останется FG разстоянїе окошекъ. Теперь понеже въ тупоугольномъ треугольникѣ CFG извѣстны всѣ углы и сторона FG; то по тройному правилу найдется линѣя CG посылая (§ 67): Какъ синусъ угла FCG содержится къ сторонѣ FG, такъ синусъ дополненїя тупова угла до полукружїя содержится къ сторонѣ CG. А понеже въ треугольникѣ CGE кромѣ прямова угла при E найдена сторона CG и уголъ CGE, то по тройному правилу найдется высота CE посылая (§ 55): фиг. 33.

Какъ

Какъ цѣлой синусъ содержится къ гипотенузѣ CG, такъ синусъ угла CGE содержаться будетъ къ высотѣ CE. Къ сей высотѣ придай разстоянie GI окошка G отъ земли, и найдешь всю высоту CH.

Примѣчанie къ § 13.

Когда уголъ перейдетъ предѣлъ 180 град: то синусъ его начнетъ увеличиваться; и такихъ угловъ, которые больше будутъ 180 град: въ Тригонометрiи синусы берутся отрицательные.

КОНЕЦЪ ТРИГОНОМЕТРIИ.

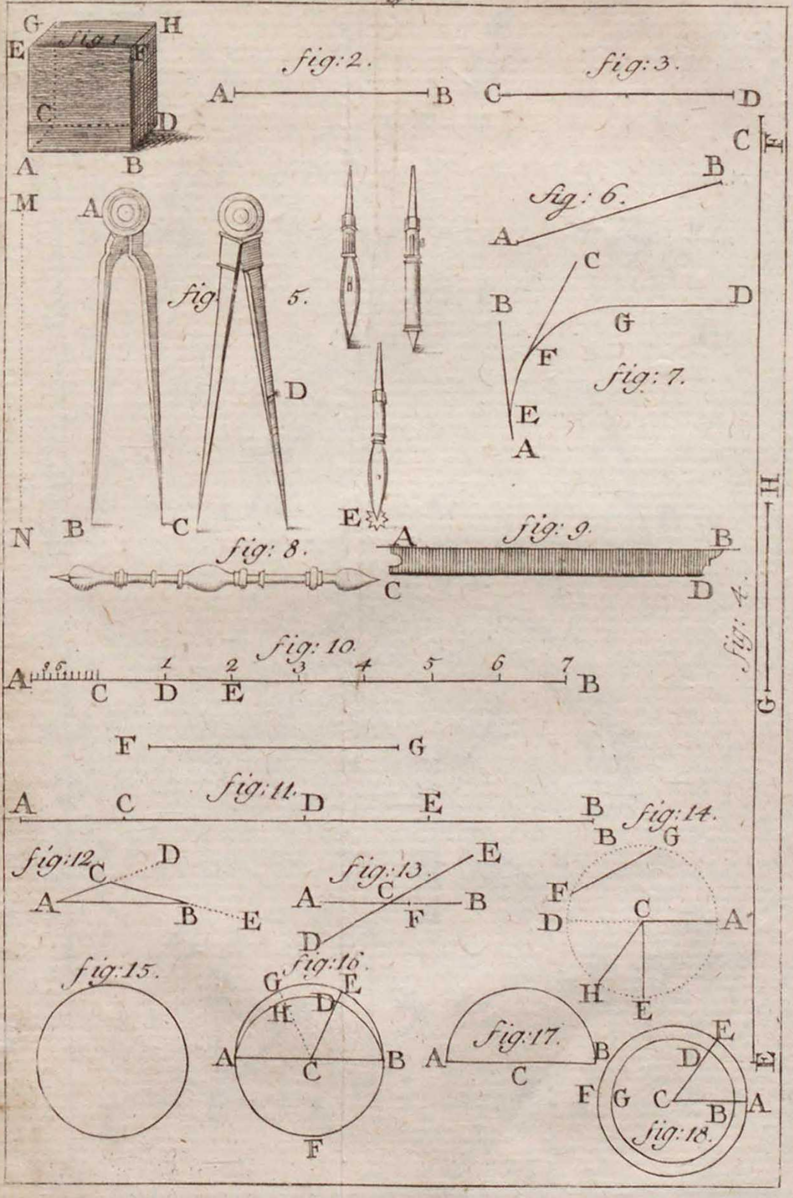


fig 1
fig: 2.
fig: 3.
fig: 4.
fig 5.
fig: 6.
fig: 7.
fig: 8.
fig: 9.
fig: 10.
fig: 11.
fig: 12.
fig: 13.
fig: 14.
fig: 15.
fig: 16.
fig: 17.
fig: 18.

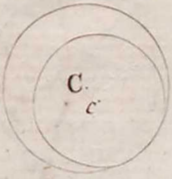


Fig: 19.

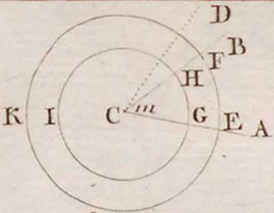


Fig: 20.

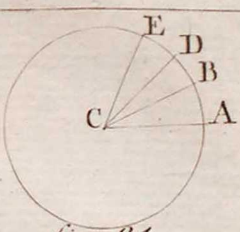


Fig: 21.

Fig: 22.

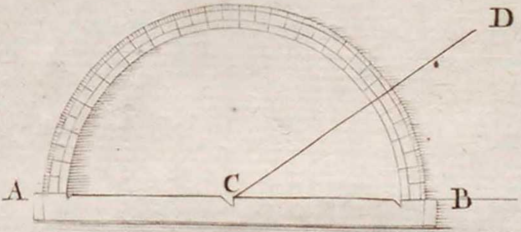


Fig: 23.

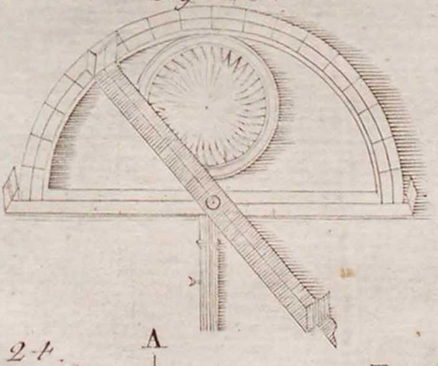
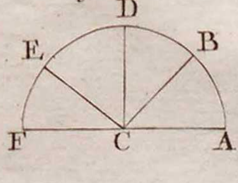


Fig: 24.



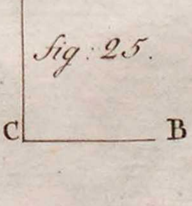


Fig: 25.

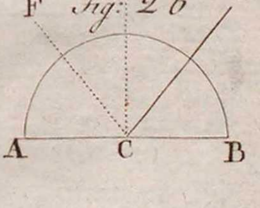


Fig: 26

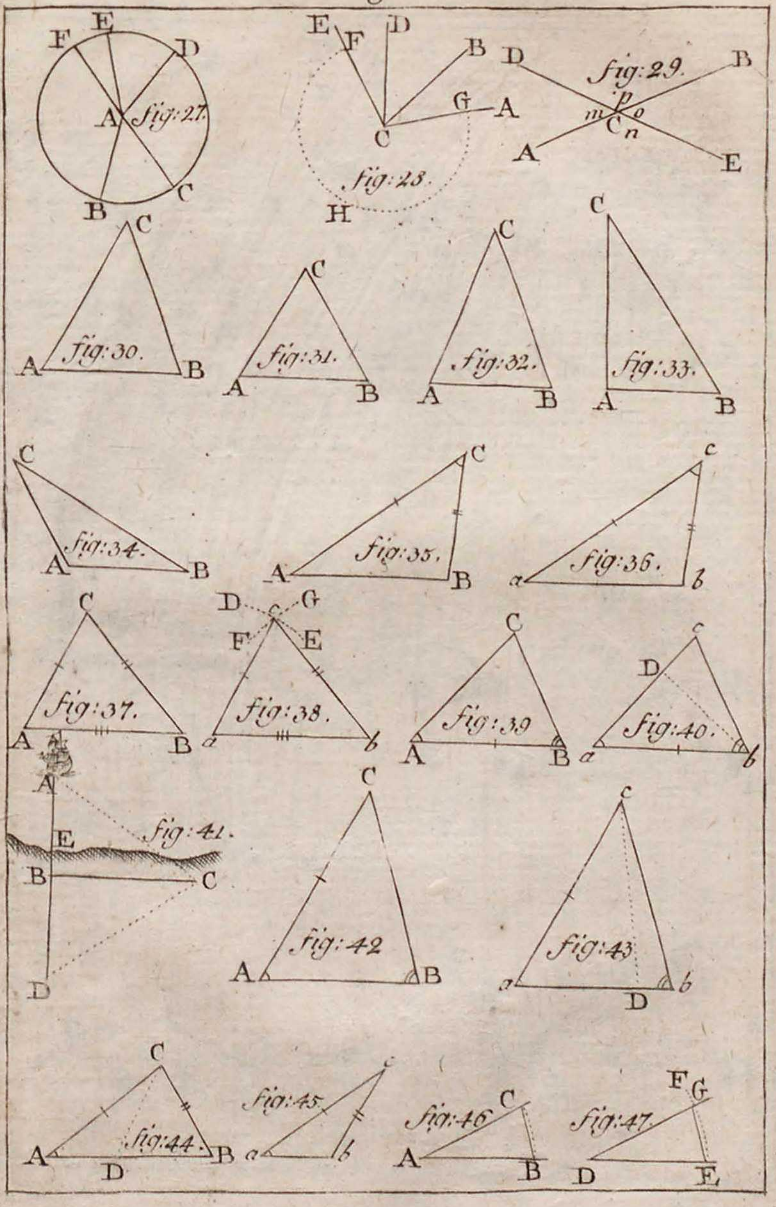


fig: 27.
fig: 28.
fig: 29.
fig: 30.
fig: 31.
fig: 32.
fig: 33.
fig: 34.
fig: 35.
fig: 36.
fig: 37.
fig: 38.
fig: 39
fig: 40.
fig: 41.
fig: 42
fig: 43
fig: 44.
fig: 45.
fig: 46.
fig: 47.

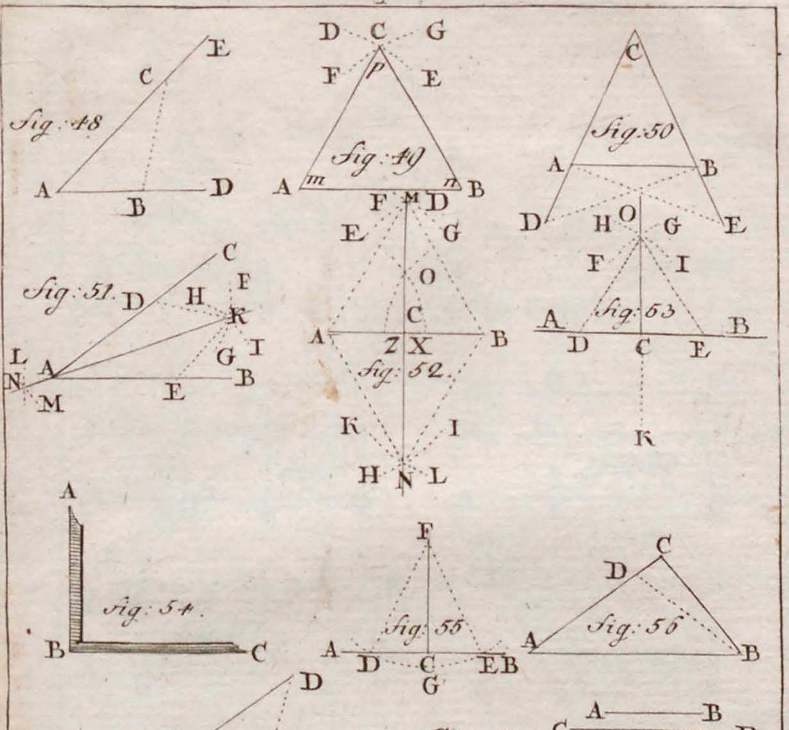


Fig: 48
Fig: 49
Fig: 50
Fig: 51.
Fig: 52
Fig: 53
Fig: 54.
Fig: 55
Fig: 56
Fig: 57.
Fig: 58.
Fig: 59.
Fig: 60.

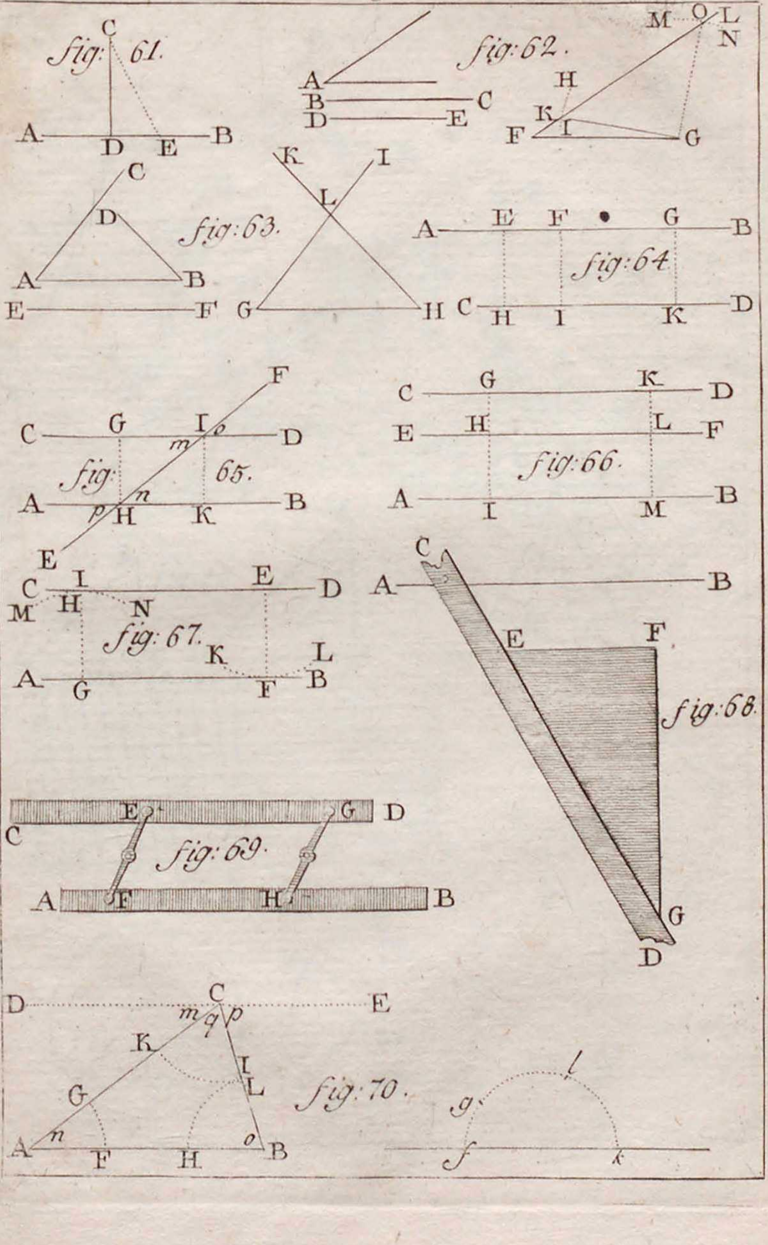


fig: 61.
C
A D E B
fig: 62.
A
B C
D E
M O L N
H
K I
F G
fig: 63.
C
D
A B
E F
K I
L
G H
fig: 64.
A E F G B
C H I K D
fig: 65.
F
C G I o D
m
A n B
p H K
E
fig: 66.
C G K D
E H L F
A I M B
fig: 67.
C I E D
M H N
K L
A G F B
fig: 68.
C
A B
E F
G
D
fig: 69.
E G D
C
A F H B
fig: 70.
D C E
m q p
K
I
L
G
n o
A F H B
l
g
f k

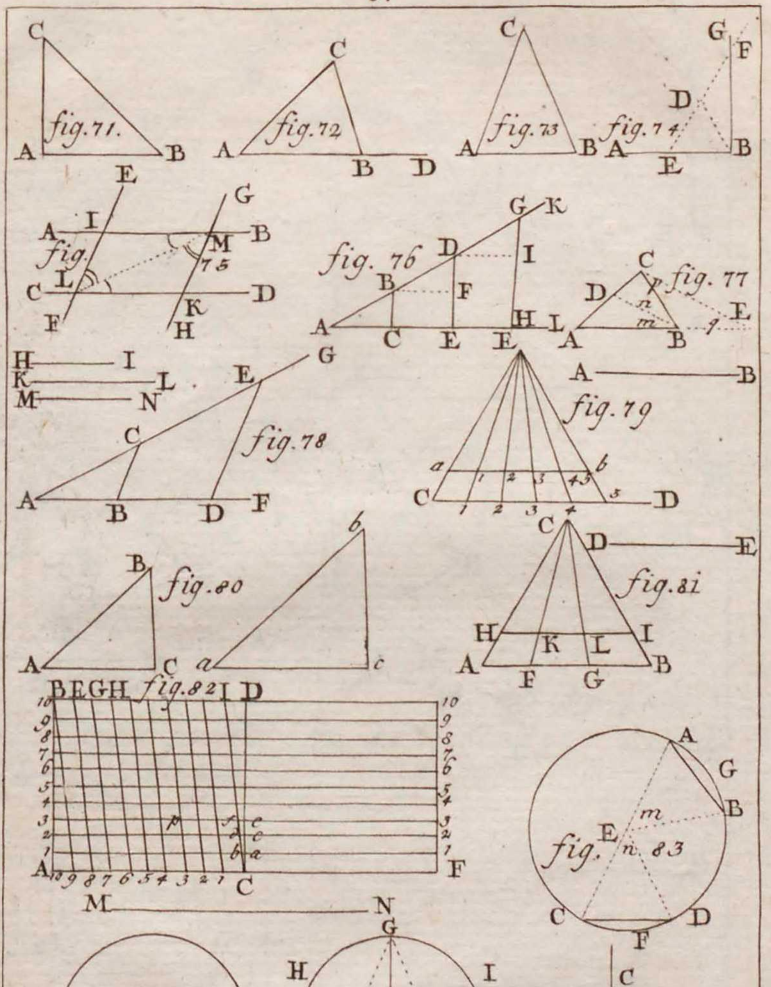


fig. 71.
fig. 72
fig. 73
fig. 74
fig. 75
fig. 76
fig. 77
fig. 78
fig. 79
fig. 80
fig. 81
fig. 82
fig. 83
fig. 84
fig. 85
fig. 86

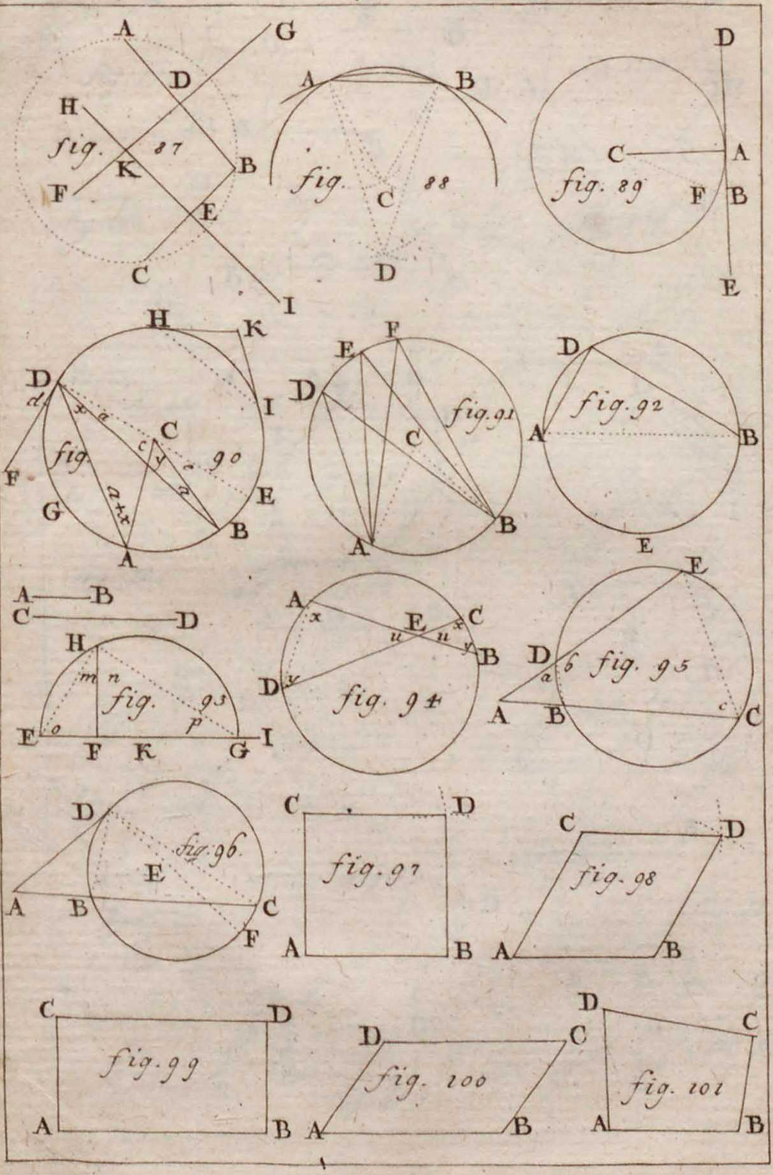


fig. 87
fig. 88
fig. 89
fig. 90
fig. 91
fig. 92
fig. 93
fig. 94
fig. 95
fig. 96
fig. 97
fig. 98
fig. 99
fig. 100
fig. 101

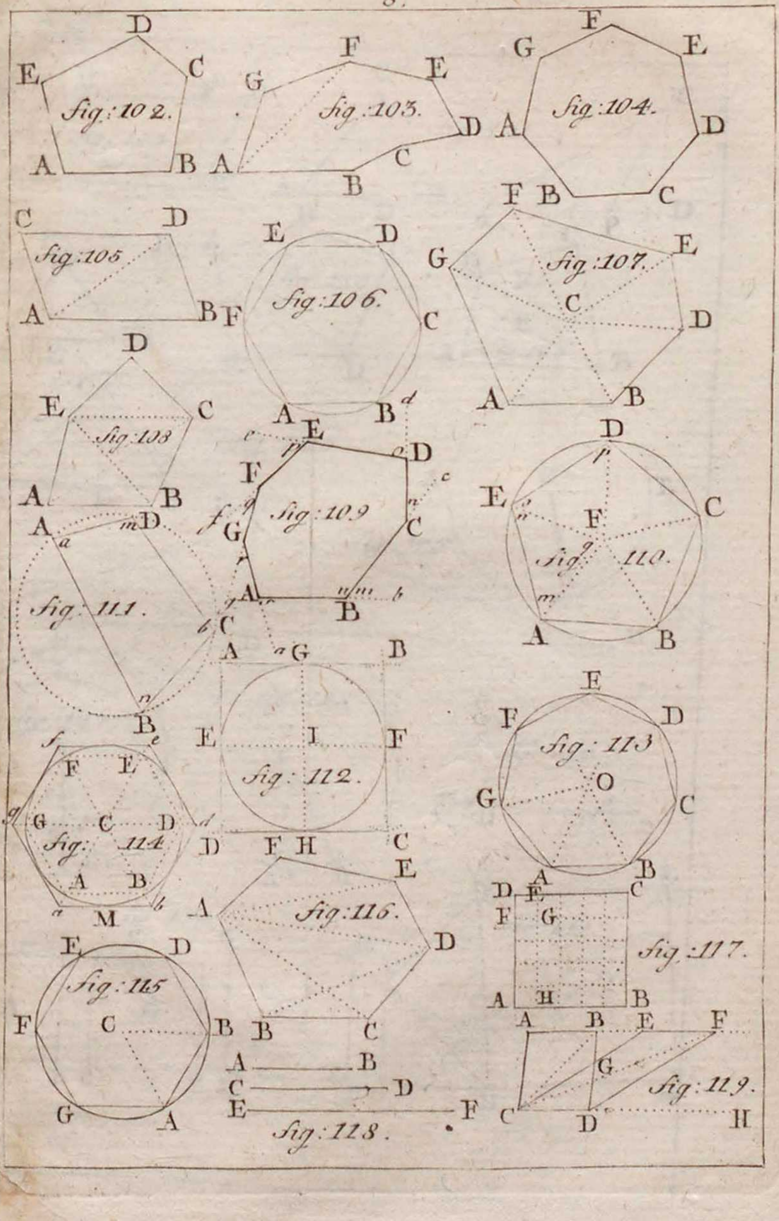


fig: 102.
A B C D E
fig: 103.
A B C D E F G
fig: 104.
A B C D E F G
fig: 105
A B C D
fig: 106.
A B C D E F
fig: 107.
A B C D E F G
fig: 108
A B C D E
fig: 109
A B C D E F G
fig: 110.
A B C D E F
fig: 111.
A B C D
fig: 112.
A B C D E F G H I
fig: 113
A B C D E F G O
fig: 114
A B C D E F G M
fig: 115
A B C D E F G
fig: 116.
A B C D E F
fig: 117.
A B C D E F G H
fig: 118.
A B C D E F
fig: 119.
A B C D E F G H

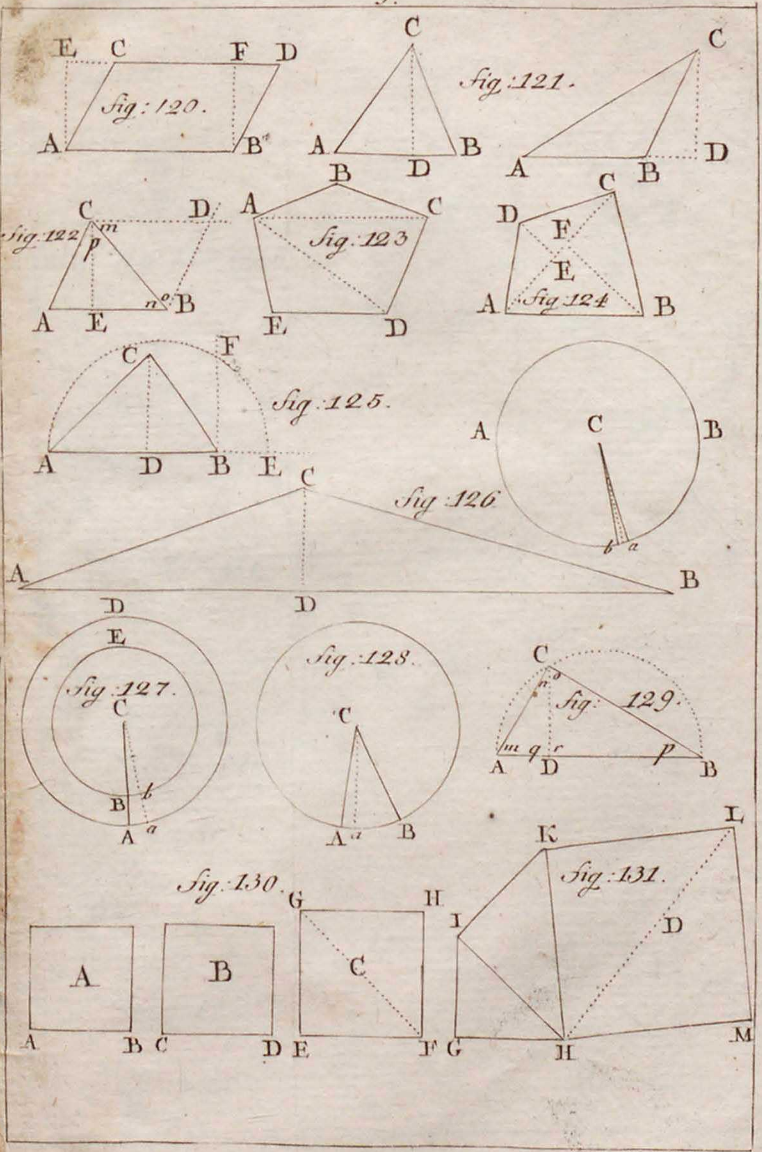


Fig: 120.
Fig: 121.
Fig. 122
Fig: 123
Fig 124
Fig: 125.
Fig 126
Fig: 127.
Fig: 128.
Fig: 129.
Fig: 130
Fig: 131.

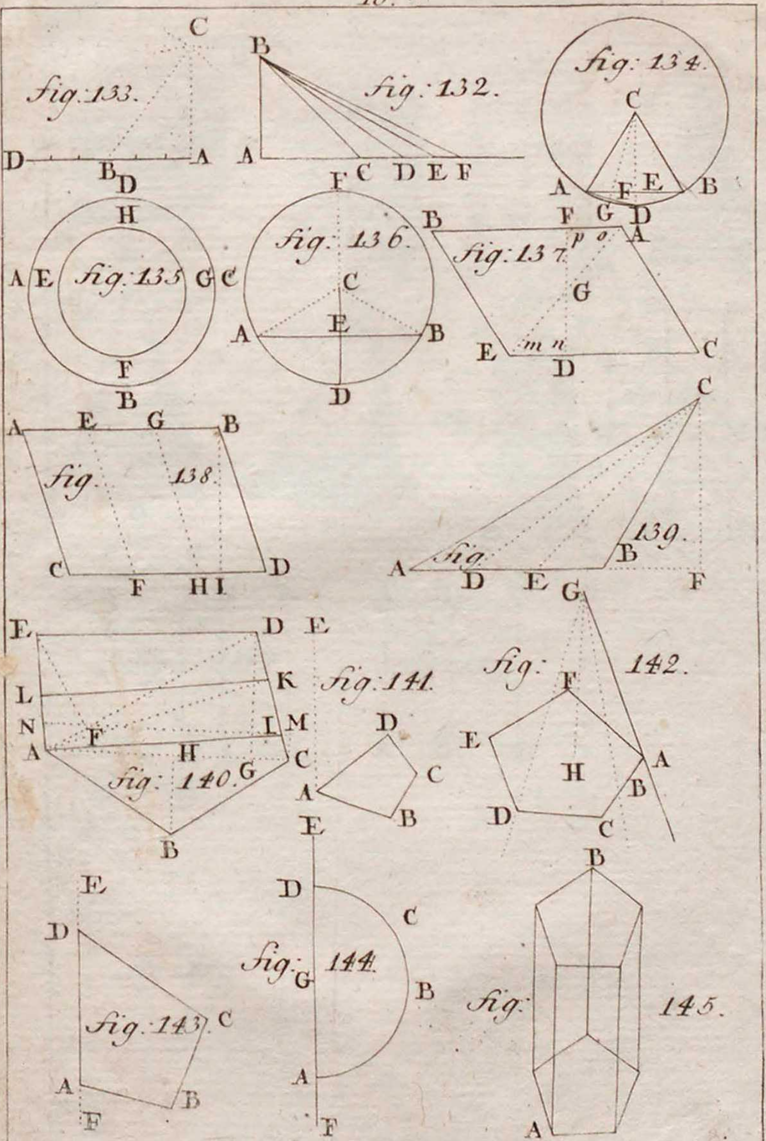


fig: 133.
fig: 132.
fig: 134.
fig: 135
fig: 136.
fig: 137
fig. 138.
fig. 139.
fig: 141.
fig: 142.
fig: 140.
fig: 143.
fig: 144.
fig: 145.

II.

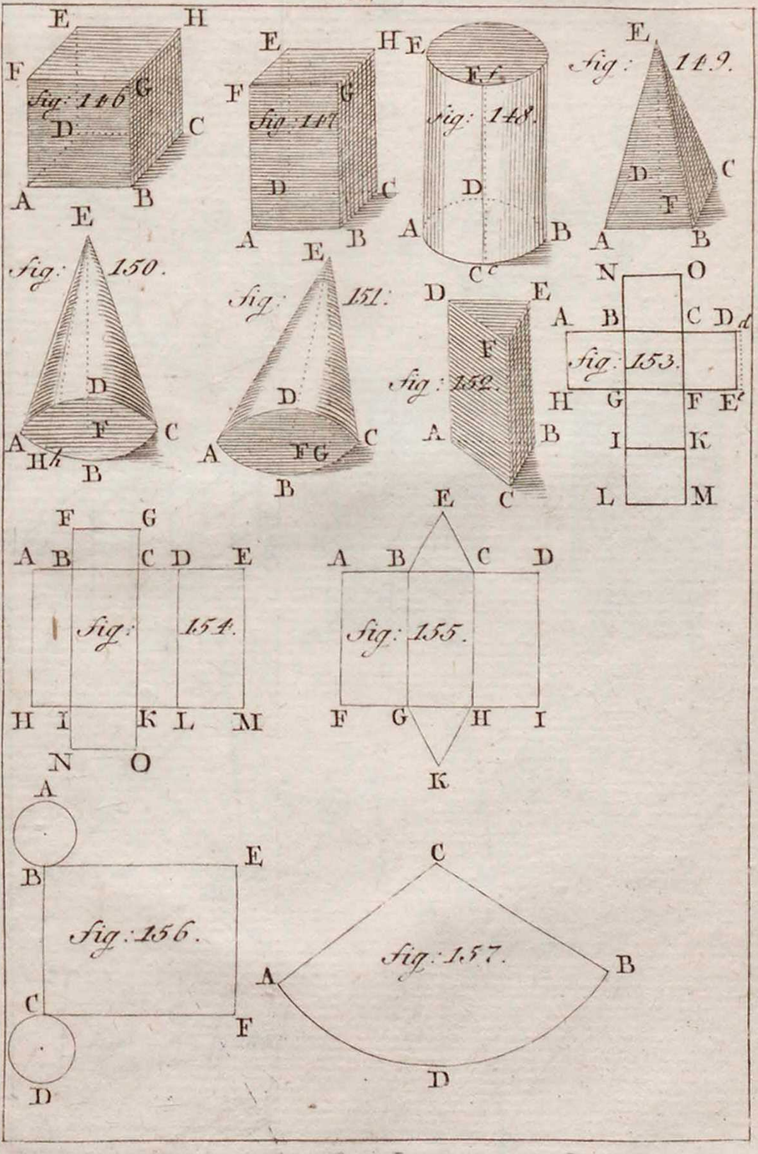


Fig: 146
Fig: 147
Fig: 148
Fig: 149
Fig: 150
Fig: 151
Fig: 152
Fig: 153
Fig: 154
Fig: 155
Fig: 156
Fig: 157

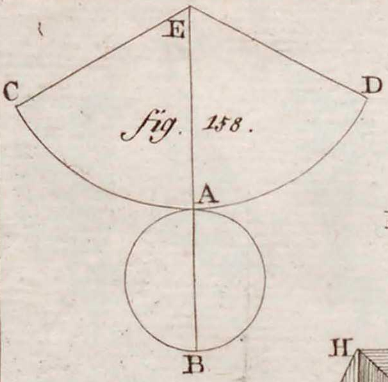


fig. 158.

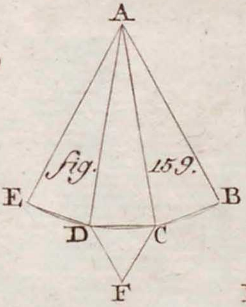


fig. 159.

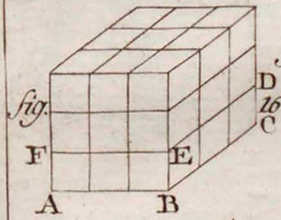


fig. 160.

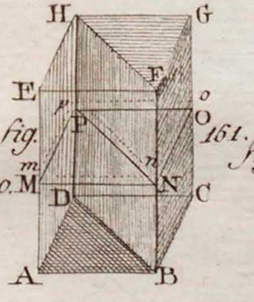


fig. 161.

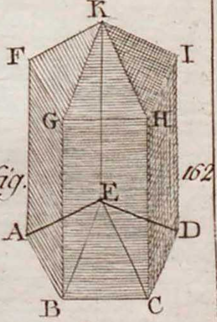


fig. 162

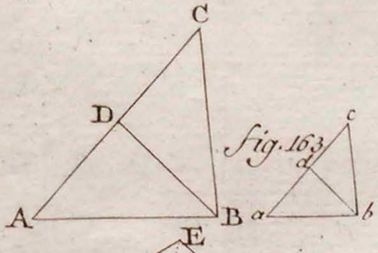


fig. 163

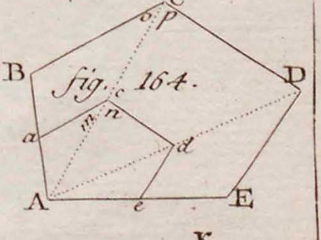


fig. 164.

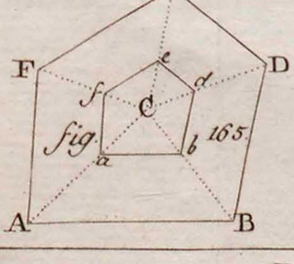


fig. 165.

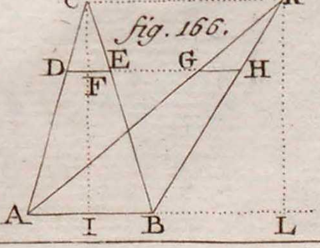


fig. 166.

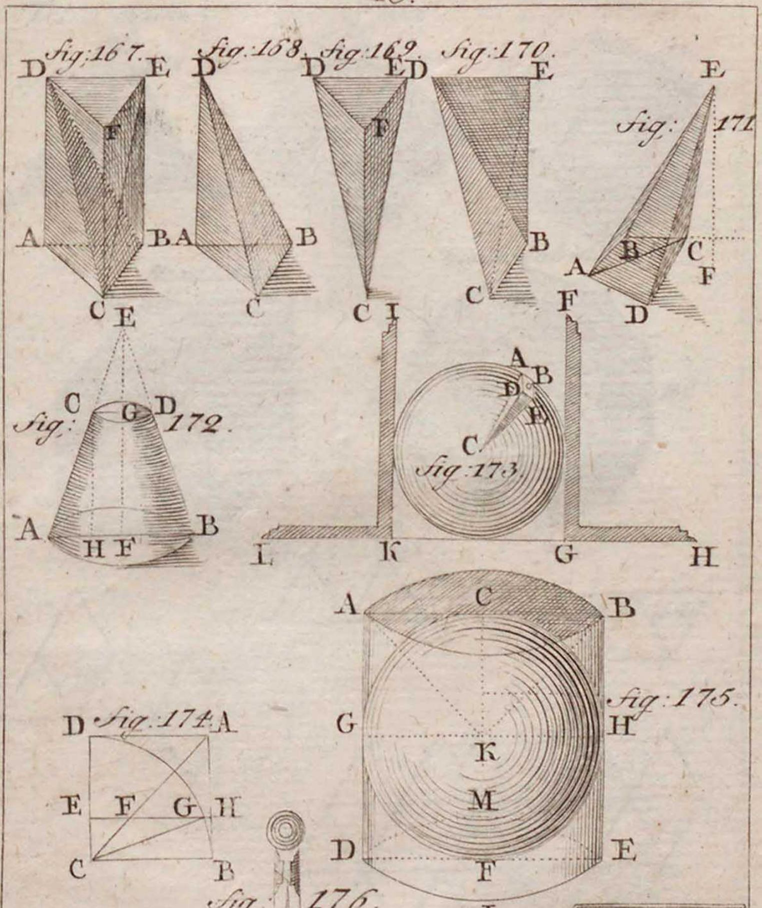
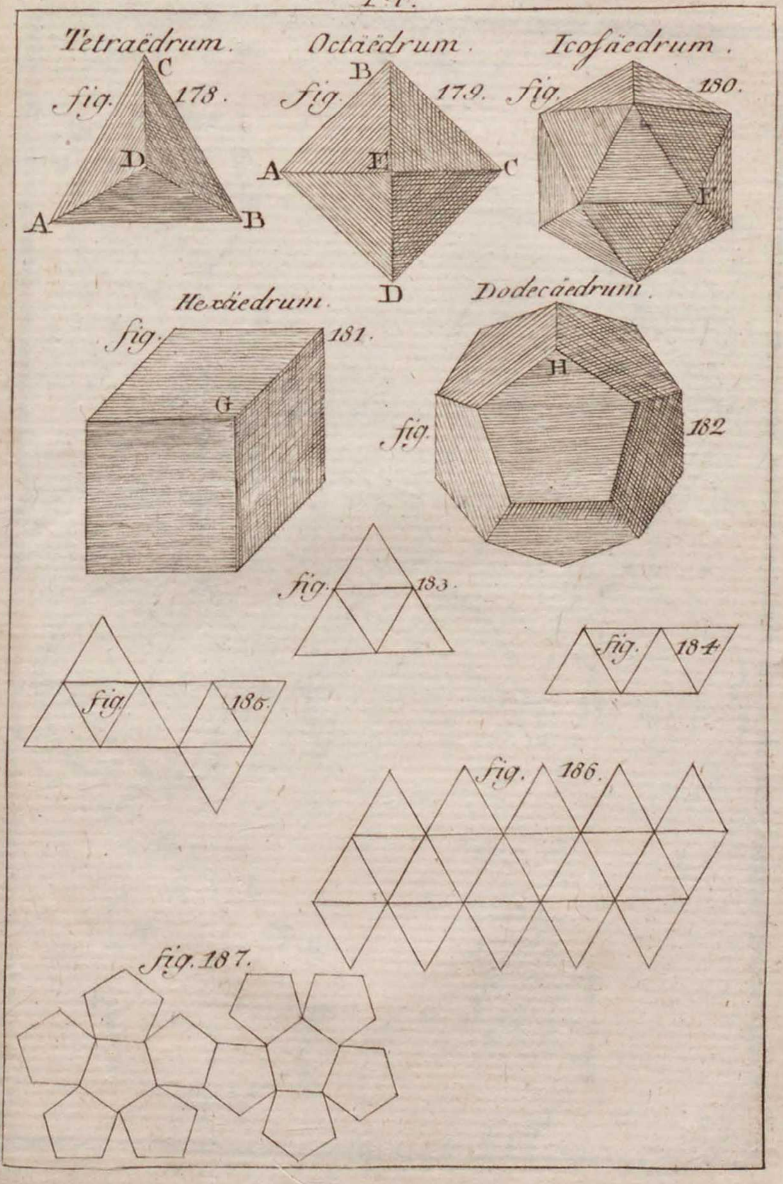
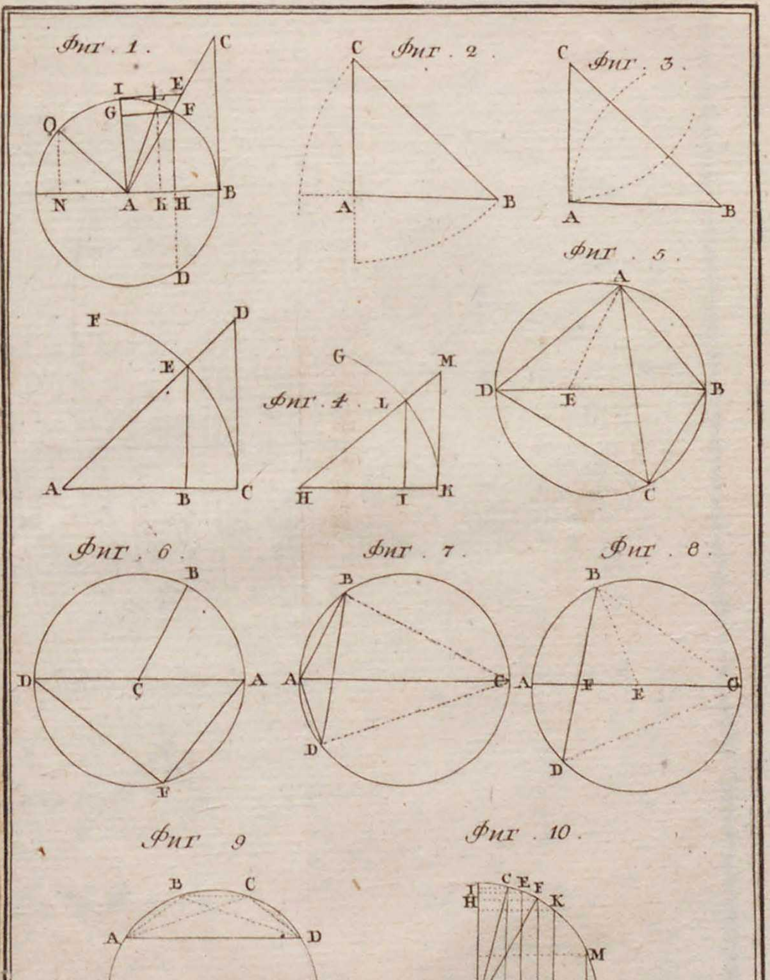


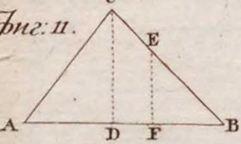
Fig: 167.
D E F A B C
Fig: 168.
D A B C
Fig: 169.
D E F C
Fig: 170.
D E B C
Fig: 171
E A B C F D
Fig: 172.
E C G D A H F B
Fig: 173.
I F A B D E C L K G H
Fig: 174.
D A E F G H C B
Fig: 175.
A C B G H K M D E F L
Fig: 176.
Fig: 177.
C E A B D F G


Tetraëdrum.
fig. 178.
C
D
A
B
Octaëdrum.
fig. 179.
B
A
E
C
D
Icosaëdrum.
fig. 180.
F
Hexaëdrum.
fig. 181.
G
Dodecaëdrum.
fig. 182
H
fig. 183.
fig. 184.
fig. 185.
fig. 186.
fig. 187.

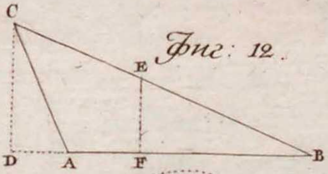

Фиг. 1.
Фиг. 2.
Фиг. 3.
Фиг. 4.
Фиг. 5.
Фиг. 6.
Фиг. 7.
Фиг. 8.
Фиг 9
Фиг. 10.

2

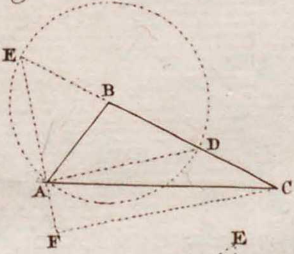
Фиг: 11.



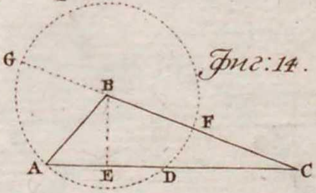
Фиг: 12.



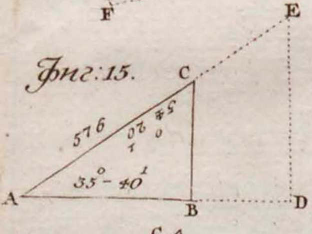
Фиг: 13.



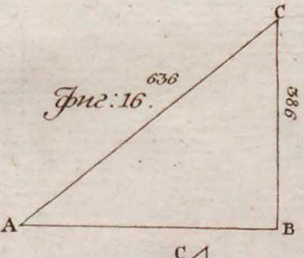
Фиг: 14.



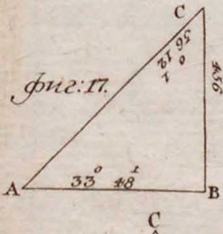
Фиг: 15.



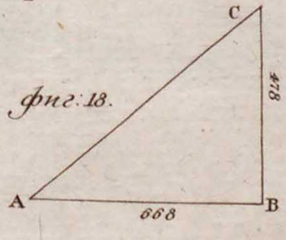
Фиг: 16.



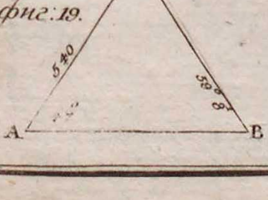
Фиг: 17.



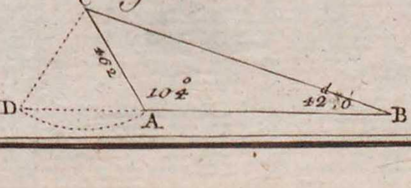
Фиг: 18.

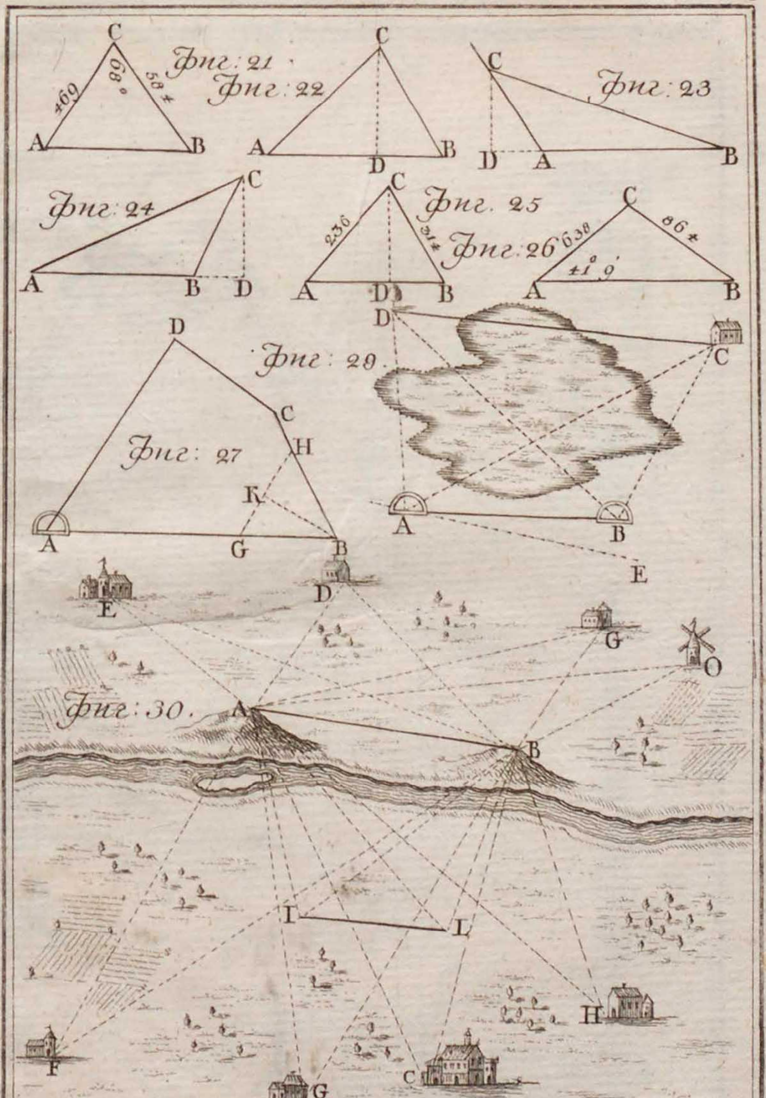


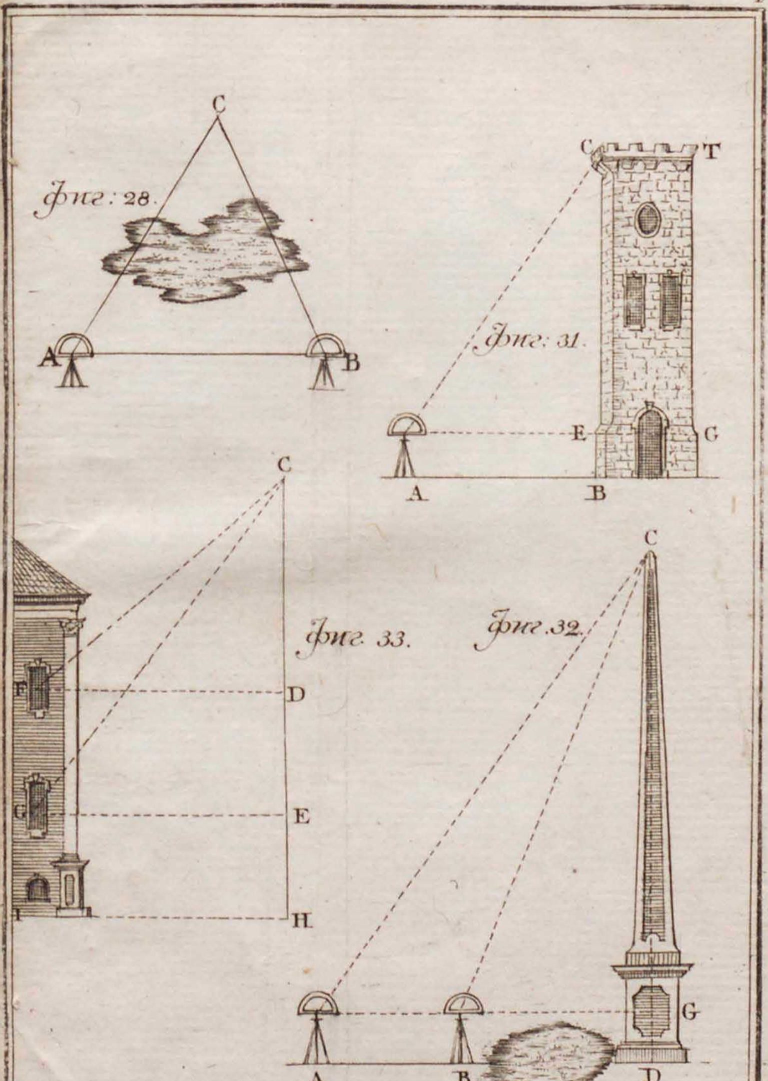
Фиг: 19.



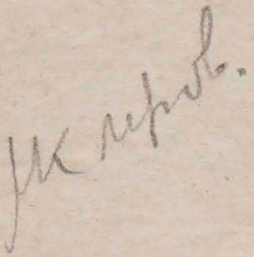
Фиг: 20.




Фиг: 21
469
68°
584
Фиг: 22
Фиг: 23
Фиг: 24
Фиг. 25
236
314
Фиг: 26
638
864
41° 9'
Фиг: 27
Фиг: 29
Фиг: 30


C
Фиг: 28.
A
B
C
T
Фиг: 31.
E
G
A
B
C
C
Фиг. 33.
Фиг. 32.
F
D
G
E
I
H
G
A
B
D

22



2009188676